

М. Т. Лисенко, В. В. Рогулін, І. Б. Безкровний, Р.В. Кальниш

МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ РДТП У СТАПЕЛІ, ЩО ВИНΙΚАЮТЬ ПІД ЧАС ВОГНЕВИХ СТЕНДОВИХ ВИПРОБУВАНЬ

Розглянуто вогневі стендові випробування РДТП, який закріплено у стапелі, що забезпечує вимірювання тяги. Показано, що під час виходу двигуна на усталений режим роботи в стапелі виникають механічні коливання РДТП, зумовлені раптовим характером виникнення тяги. Розглянуто рух коливальної системи в разі дії на неї імпульсивного, раптового або лінійно зростаючого навантажень. Розглянуто згасання механічних коливань на основі моделі в'язкого тертя. Запропоновано методику аналітичного моделювання згасаючих коливань для складного характеру зміни навантаження, що базується на фундаментальному принципі суперпозиції, згідно з яким переміщення двигуна під час коливального руху розглядають як суму переміщень від дії імпульсивного, раптового та лінійно зростаючого навантажень, що моделюють різні варіанти зміни в часі тяги двигуна під час виходу на усталений режим роботи. Змодельовано коливальний рух з параметрами коливальної системи та варіантом зміни в часі тяги, які було реалізовано під час вогневих стендових випробувань одного з РДТП. Порівняно змодельовану й експериментальну (показання датчика тяги) криві сили пружності, що показало якісну й кількісну відповідність запропонованої моделі коливань реальним коливанням РДТП у стапелі під час проведення вогневих стендових випробувань. Уточнено значення початкової тяги, початкового імпульсу й інших параметрів моделювання підгананням змодельованої кривої сили пружності під експериментальну. Зроблено висновок про те, що моделювання пружних коливань РДТП у стапелі за допомогою запропонованої аналітичної методики дозволяє більш достовірно визначити початкову тягу двигуна та характер її зміни у часі, імпульсивне навантаження, зумовлене вильотом заглушки та відпрацьованих елементів, що вилітають разом з нею. Застосування запропонованої методики моделювання коливань двигуна на етапі проектування стапеля дозволить більш детально розраховувати процеси, що протікають у ньому, та параметри окремих елементів, вузлів і стапеля у цілому.

Ключові слова: пружні коливання, вихід двигуна на режим, раптове навантаження, вимірювання тяги, принцип суперпозиції, початкова тяга.

This paper describes the firing rig test of the solid rocket motor, fastened to the rig in order to measure the thrust level. It is shown that when the motor enters the steady-state mode, the rig with solid rocket motor starts experiencing mechanical oscillations due to the sudden thrust build-up. Motion of the oscillating system is studied under the impact of the linearly or suddenly increasing impulse load. Mechanical oscillations damping is considered on the basis of the viscous friction model. Procedure of the analytical modeling of the damped oscillations is suggested for the complex pattern of the loading variations, based on the fundamental principle of superposition, according to which the motor displacement during the oscillating motion is considered as sum of displacements due to the impact of the impulsive, sudden and linearly increasing loadings. This procedure simulates different time variations of thrust as motor enters the steady-state mode. Oscillating motion with parameters of the oscillating system and thrust change with time option have been simulated as they were realized during the firing rig tests of one of the solid rocket motors. Simulated and experimental (thrust sensor readings) curves of the elastic force were compared, which showed the qualitative and quantitative conformity of the suggested model of oscillations to the actual oscillations of the solid rocket motor, installed in the rig during the firing rig test. Values of the initial thrust, initial impulse and other simulation parameters were updated, adjusting the simulated curve of the elastic force to the experimental one. It was concluded that simulation of the elastic oscillations of the solid rocket motor in the rig using the suggested analytical model will enable more reliable definition of the initial thrust of the motor and its time behavior, impulse loading due to the separation of the plug and used elements that separate with it. Application of the suggested procedure of motor oscillations simulation in the phase of rig design will enable more detailed prediction of the occurring processes as well as the estimation of parameters of the individual elements, units and rig as a whole.

Keywords: elastic oscillations, motor starting operation, sudden loading, measurement of thrust, principle of superposition, initial thrust.

Вступ

Під час проведення вогневих стендових випробувань (ВСВ) РДТП закріплюють у стапелі. Стапель, схему якого наведено на рис.1, утримує двигун і забезпечує вимірювання силових параметрів (тяги, керуючих сил та ін.), які є

головними в наземному експериментальному відпрацьованні двигуна. Тягу вимірюють за допомогою датчика сили 2, з'єданого послідовно з іншими елементами тяговимірювальної системи (ТВС) – стендовим упором 1 і перехідною рамою 3.

Конструкція стапеля забезпечує практично безперешкодні малі переміщення двигуна в напрямку дії тяги [1], які обмежує пружність елементів ТВС.

На усталених проміжках роботи двигуна його силу тяги (тягу) R зрівноважено силою пружності $F_{пр}$, яка виникає в елементах ТВС. Оскільки сила пружності є однаковою для всіх елементів ТВС, то сила пружності, що виникає в датчику сили, дорівнює силі тяги, і тому на практиці вважають показання датчика сили за тягу двигуна.

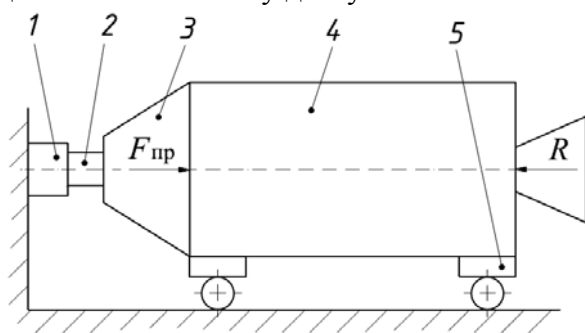


Рис. 1. Схема стапеля:
1 – стендовий упор; 2 – датчик сили;
3 – перехідна рама; 4 – двигун;
5 – рухомі елементи кріплення

Постановка завдання

Під час виходу двигуна на усталений режим роботи тяга за малий проміжок часу (майже миттєво) зростає від нуля до певного істотного значення, двигун розпочинає прискорений рух у бік стендового упора, виникають деформація елементів ТВС і відповідна до неї сила пружності. У будь-який момент часу на двигун діють дві сили – тяга й сила пружності ТВС, яка прямо пропорційна зміщенню двигуна від початкового положення. Під дією рівнодійної цих сил у системі «стапель – двигун» виникають гармонічні коливання, які згодом згасають. Під час коливань сила пружності, яка виникає в датчику сили, змінюється за гармонічним законом і в жодному разі не може вважатися тягою, що залежить від конструкції та параметрів двигуна, процесів горіння та ін.

Для визначення тяги двигуна на цьому проміжку (опосередковано через силу пружності за показаннями датчика сили) необхідно спочатку дослідити, як залежить характер коливального руху у ТВС стапеля від зміни в часі тяги, коли двигун виходить на режим під час ВСВ, а потім змоделювати цей рух.

Модель системи

Для дослідження зазначеного коливального руху розглянемо модель системи, що складається з тіла масою m , яке утримується пружним зв'язком з жорсткістю k . На тіло діє змінна в часі зовнішня сила $P(t)$ рис. 2.

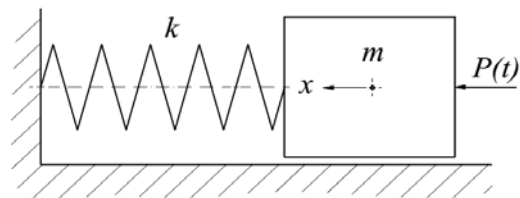


Рис. 2. Модель системи

У цьому випадку рівняння руху тіла [2] має вигляд

$$m\ddot{x} + kx = P(t)$$

або після ділення на m

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{P(t)}{m}, \quad (1)$$

при цьому

$$\omega^2 = \frac{k}{m}, \quad (2)$$

де ω – колова частота.

Загальний розв'язок лінійного неоднорідного рівняння (1) дорівнює сумі якогось його окремого розв'язку x_* та загального розв'язку відповідного однорідного рівняння $m\ddot{x} + kx = 0$:

$$x = x_* + C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t, \quad (3)$$

при цьому

$$C_1 = x_0; \quad C_2 = \frac{\dot{x}_0}{\omega}, \quad (4)$$

де x_0 , \dot{x}_0 – відповідно зміщення та швидкість у початковий момент $t = 0$.

Період коливань T відповідно до співвідношення (2) визначають за формулою

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (5)$$

Загальні розв'язки рівняння (1) знайдено для таких окремих простих випадків зовнішнього навантаження:

- імпульсивне навантаження;
- раптове навантаження;
- лінійно зростаюче навантаження.

Розглянемо їх у відповідній послідовності з дотриманням термінології та порядку викладення матеріалу близько до першоджерела [2] з метою формування чіткого та цілісного уявлення про предмет дослідження.

Імпульсивне навантаження

Імпульсивним навантаженням називають процес, коли на нерухому недеформовану систему протягом нескінченно малого проміжку часу $-\theta < t < 0$ діє нескінченно велика сила, так що імпульс сили має кінцеве значення

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \int_{-\theta}^0 P(t) dt = J.$$

Відповідно до теореми імпульсів тіло за час дії імпульсу сили набуває швидкості $v = \frac{J}{m}$. Переміщення тіла за час дії імпульсу при $\theta \rightarrow 0$ в напрямку до нуля. Отже, після закінчення дії імпульсу за $t = 0$ тіло має нульове зміщення та швидкість v .

Надалі (при $t > 0$) система здійснює вільні коливання відповідно до формули (3) та початкових умов руху (4) $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 = v = \frac{J}{m}$, і, як наслідок, закон руху (рис. 3) визначається залежністю

$$x = \frac{\dot{x}_0}{\omega} \sin \omega t = \frac{J}{m\omega} \sin \omega t, \quad (6)$$

яка є загальним розв'язком рівняння (1) для випадку імпульсивного навантаження.

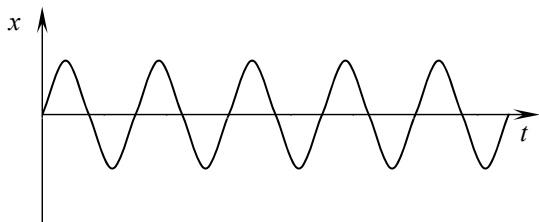


Рис. 3. Коливання тіла внаслідок дії імпульсивного навантаження

Раптове навантаження

Під раптовим навантаженням матимемо на увазі процес, коли до нерухомої недеформованої системи застосовується навантаження, що миттєво зростає та далі зберігає стаке значення P_0 (рис. 4).

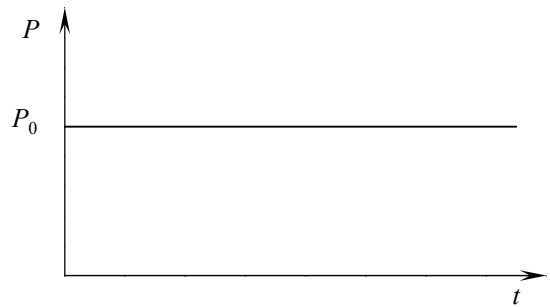


Рис. 4. Раптове навантаження

Переміщення тіла під дією раптового навантаження (рис. 5) знаходять за виразом

$$x = \frac{P_0}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t), \quad (7)$$

який є загальним розв'язком рівняння (1) для цього випадку навантаження.

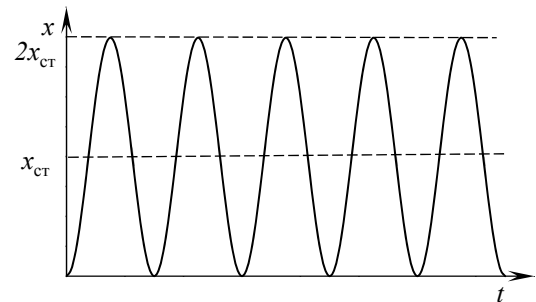


Рис. 5. Коливання тіла під час дії раптового навантаження

Оскільки $m\omega^2 = k$, то $\frac{P_0}{m\omega^2} = x_{ст}$ є статичною деформацією пружного зв'язку, і з формули (7) випливає, що максимальне динамічне зміщення за раптового навантаження вдвічі більше за статичне.

Лінійно зростаюче навантаження

Для лінійно зростаючого навантаження (рис. 6) закон зміни навантаження задано формулою $P(t) = k_3 t$.

Вважатимемо, що навантаження прикладається до нерухомої недеформованої системи. Переміщення тіла за цих умов визначається виразом

$$x = \frac{k_3 t}{m\omega^2} \left(1 - \frac{\sin \omega t}{\omega t} \right) \quad (8)$$

або

$$x = \frac{P(t)}{k} \left(1 - \frac{\sin \omega t}{\omega t} \right), \quad (9)$$

який є загальним розв'язком рівняння (1) для випадку лінійно зростаючого навантаження.

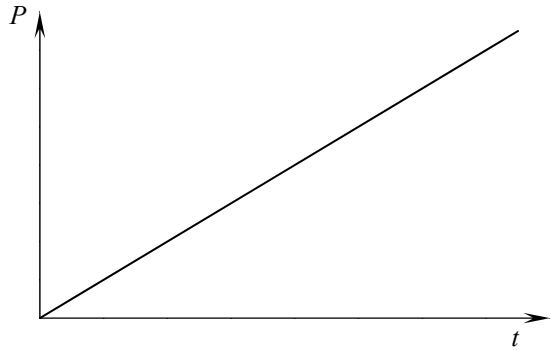


Рис. 6. Лінійно зростаюче навантаження

У виразі (9) перший доданок відповідає статичному зміщенню, що пропорційне прикладеному у цей момент навантаженню, другий доданок відображає вплив коливань. Графік коливань показано на рис. 7.

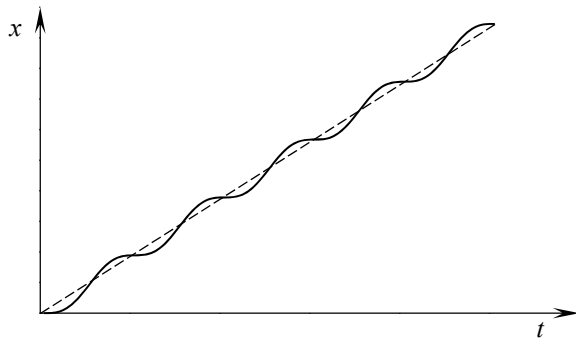


Рис. 7. Коливання тіла під час дії лінійно зростаючого навантаження

Згасання коливань

Під час коливального руху в системі виникають сили опору, спрямовані проти руху, що мають різну фізичну природу. Дія сил опору спричиняє згасання коливань. Згасання коливань у пружних металевих конструкціях задовільно описує модель в'язкого тертя [3], коли сила опору пропорційна швидкості руху коливного тіла. Згідно з цією моделлю зміною частоти та періоду згасаючих коливань порівняно з незгасаючими можна знехтувати, а в рівняннях коливального руху перед гармонічними членами з'являються експоненціальні множники виду e^{-nt} , де n – коефіцієнт згасання.

Отже, зважаючи на те, що навантаження в початковий момент прикладається до недеформованої системи з низьким рівнем демпфування $\left(\frac{n}{\omega}\right) = 0$, вирази (6)–(8) з урахуванням згасання відповідно запишемо

$$x = \frac{J}{m\omega} e^{-nt} \sin \omega t; \quad (10)$$

$$x = \frac{P_0}{m\omega^2} (1 - e^{-nt} \cos \omega t); \quad (11)$$

$$x = \frac{k_3 t}{m\omega^2} \left(1 - \frac{e^{-nt} \sin \omega t}{\omega t} \right). \quad (12)$$

Графіки коливального руху за умови імпульсивного, раптового та лінійно зростаючого навантаження, враховуючи згасання коливань, показано на рис. 8.

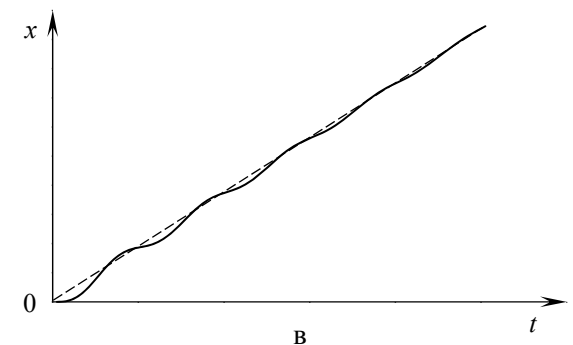
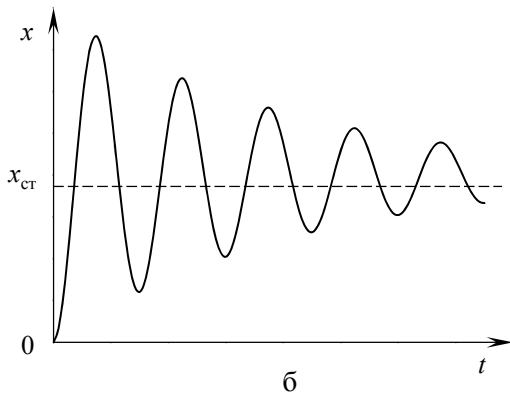
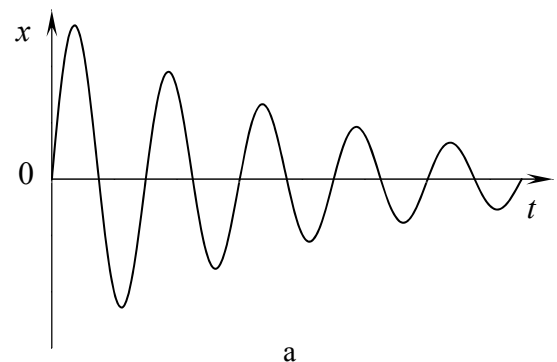


Рис. 8. Згасаючі коливання тіла: а – внаслідок дії імпульсивного навантаження; б – під час дії раптового навантаження; в – під час дії лінійно зростаючого навантаження

Методика моделювання згасаючих коливань для складного характеру зміни навантаження

Наведені вище формули розрахунку коливального руху (10), (11) і (12) для простих випадків імпульсивного, раптового та лінійно зростаючого навантажень відповідно дозволяють моделювати коливальні рухи для випадків зі складним у часі характером зовнішнього навантаження на коливальну систему.

Ураховуючи, що переміщення тіла пропорційне навантаженню, тобто система є лінійною, для неї можна застосувати принцип суперпозиції. Це означає, що переміщення (як функція часу), яке спричинене відразу декількома навантаженнями, дорівнює сумі переміщень, що спричинені кожним з навантажень окремо.

Розрахуємо коливання системи рис.1 за умови, що до складу зовнішнього навантаження входять імпульсивне навантаження з імпульсом J , яке діє в початковий момент, та раптово зростаюче навантаження, яке спочатку змінюється за законом $P = P_0 + k_3 t$ ($0 \leq t \leq \theta$), а далі – за законом $P = P(\theta) = \text{const}(t > \theta)$.

Навантаження $P(t)$ подаємо як суперпозицію навантажень $P_2(t) \dots P_4(t)$, для яких відомі закони руху коливальної системи

$$P(t) = P_2(t) + P_3(t) + P_4(t - \theta), \quad (13)$$

при цьому $P_2(t) = P_0$, $P_3(t) = k_3 t$;

$$P_4(t - \theta) = k_4(t - \theta), \quad (14)$$

де k_3 , k_4 – швидкості зміни лінійних навантажень; θ – деякий момент часу.

Графіки навантажень разом з наведеними для зручності й наочності формулами показано на рис. 9, при цьому пропущений індекс 1 стосується імпульсивного навантаження, яке з відомих причин на рисунку не показано.

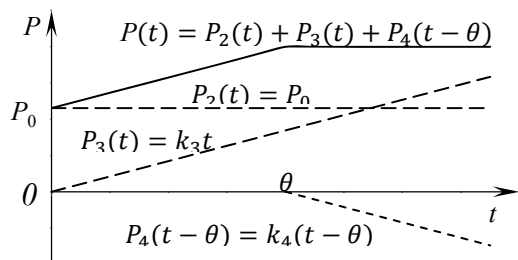


Рис. 9. Графіки навантажень

Навантаження $P(t)$, по суті, еквівалентне тязі двигуна, тому тягу будемо моделювати аналогічно

$$R(t) = P(t). \quad (15)$$

Переміщення x коливальної системи знайдемо як суперпозицію переміщень $x_2 \dots x_4$ під дією відповідних навантажень $P_2(t) \dots P_4(t)$ і переміщення x_1 як результату імпульсивного навантаження. Вираз для розрахунку переміщення має вигляд

$$x = x_1 + x_2 + x_3 \quad (0 \leq t \leq \theta) \text{ або}$$

$$x = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \quad (t > \theta). \quad (16)$$

Ураховуючи вирази (10), (11) і (12), переміщення під дією окремих простих навантажень запишемо так:

$$x_1 = \frac{J}{m\omega} e^{-nt} \sin \omega t \quad (17)$$

для імпульсивного навантаження;

$$x_2 = \frac{P_0}{m\omega^2} (1 - e^{-nt} \cos \omega t) \quad (18)$$

для раптового навантаження P_2 ;

$$x_3 = \frac{k_3}{m\omega^2} \left(t - \frac{e^{-nt} \sin \omega t}{\omega} \right) \quad (19)$$

для лінійного навантаження $P_3(t > 0)$;

$$x_4 = \frac{k_4}{m\omega^2} \left(t - \theta - \frac{e^{-nt} \sin \omega(t - \theta)}{\omega} \right) \quad (20)$$

для лінійного навантаження $P_4(t > \theta)$.

У виразах (19) і (20) множник t занесено в дужки, щоб уникнути ділення на нуль під час обчислень. Графік переміщення x коливальної системи під дією імпульсивного навантаження та навантаження $P(t)$ показано на рис. 10.

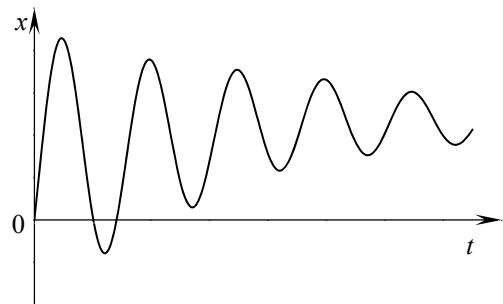


Рис. 10. Графік переміщення коливальної системи

За модулем сила пружності, яка виникає у ТВС під час коливань, пропорційна переміщенню x ТВС

$$F_{\text{пр}} = kx. \quad (21)$$

Для розрахунку сил пружності у ТВС, спричинених коливаннями, задаємо конкретні параметри моделі коливальної системи (рис. 2).

Моделювання коливань

Задаємо параметри коливальної системи й зовнішнього навантаження, які було реалізовано під час вогневих стендових випробувань одного з РДТП. Беремо масу коливальної системи $m = 4000$ кг, період коливань $T = 0,03$ с, імпульсивне навантаження $J = 500$ кг·м/с, раптове навантаження (початкова тяга) $P_0 = 4,61 \cdot 10^4$ Н, швидкості зміни лінійного навантаження $k_3 = 4,2 \cdot 10^5$ Н/с, $k_4 = -4,2 \cdot 10^5$ Н/с, коефіцієнт згасання $n = 12$, $\theta = 0,085$ с.

Розрахунок зовнішніх навантажень і тяги проводимо за формулами (13)–(15), переміщень – за формулами (16)–(20), сили пружності – за формулою (21).

Змодельовані в такий спосіб тягу та коливання сили пружності, задані у кілограм-силах, показано на рис. 11.

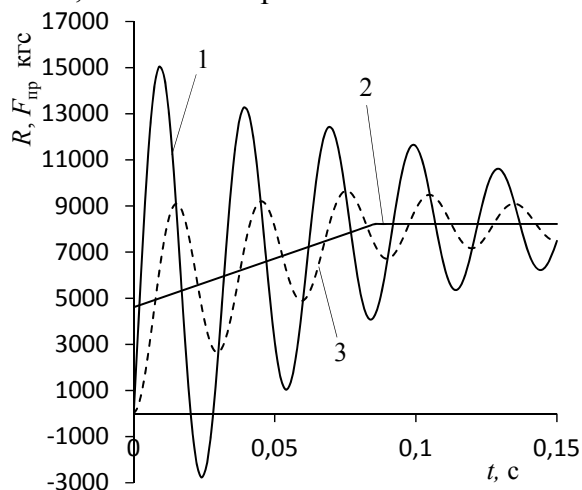


Рис. 11. Змодельовані графік тяги та коливання сили пружності:

1 – сила пружності; 2 – тяга; 3 – сила пружності без урахування дії імпульсивного навантаження

На рис. 11 видно, що значний додаток до амплітуди коливань зумовлено дією імпульсивного навантаження, що виникає внаслідок вильоту заглушки та відпрацьованих елементів системи запалювання, початкового відскоку й подальшого розгону двигуна під дією тяги до початку стискання датчика сили.

Експериментальну криву показань датчика тяги, отриману під час ВСВ, та криву тяги, отриману згладжуванням коливань методом обвідних, показано на рис. 12.

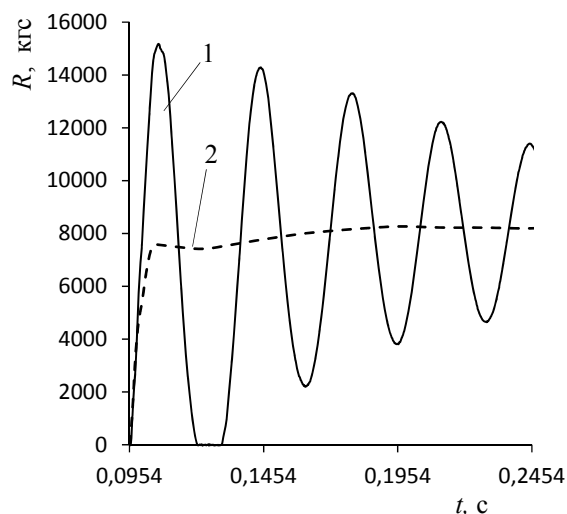


Рис. 12. Експериментальні криві:

1 – тяга за датчиком сили, 2 – тяга, отримана згладжуванням коливань методом обвідних

Порівняння змодельованої й експериментальної кривих сили пружності (показань датчика тяги) свідчить про якісну й кількісну відповідність запропонованої моделі коливань реальним коливанням РДТП у стапелі під час проведення ВСВ, коли двигун виходить на усталений режим роботи. Отже, і прийнятий у моделі закон зміни тяги відповідає характеру тяги, реалізованому під час ВСВ.

Уточнення параметрів моделювання

Для поліпшення якості моделювання необхідно уточнити його параметри шляхом підганяння змодельованої кривої сили пружності (рис. 11) під експериментальну (рис. 12). Варіюючи параметри T , P_0 , k_3 , k_4 , n , θ , досягаємо максимально можливої близькості зазначених кривих. Уточнені параметри моделювання мають такі значення: $T = 0,034$ с, $J = 550$ кг·м/с, $P_0 = 4,7 \cdot 10^4$ Н, $k_3 = 5,7 \cdot 10^5$ Н/с, $k_4 = -5,7 \cdot 10^5$ Н/с, $n = 9$, $\theta = 0,06$ с.

На рис. 13 показано графік змодельованої кривої сили пружності, пригнаної під експериментальну. На графіку видно, що змодельована крива достатньо близько відтворює експеримент. Отже, і саме моделювання відповідає реальному процесу.

Це дає можливість з високою достовірністю визначити початкову тягу двигуна й характер її зміни, початковий імпульс, що отримує коливальна система під час запуску двигуна, коефіцієнт згасання коливань.

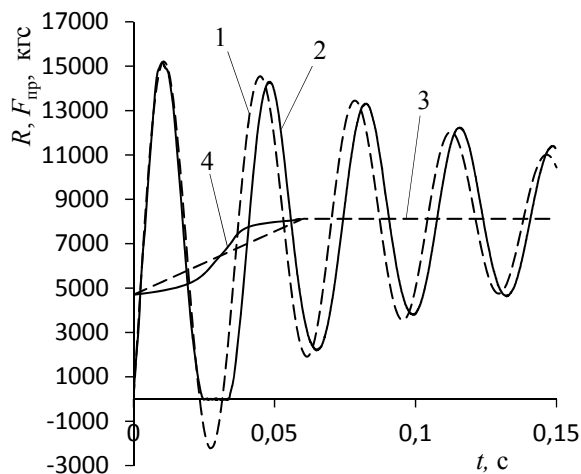


Рис. 13. Уточнення параметрів моделі:

1 – змодельована крива сили пружності; 2 – експериментальна крива тяги; 3 – тяга, прийнята в моделі; 4 – тяга, розрахована за тиском у камері згоряння

Змодельована тяга близька до тяги, розрахованої за тиском у камері згоряння (рис. 13), вимірним під час проведення ВСВ, що підвищує достовірність проектною методикою розрахунку двигуна та підтверджує стійкий характер запуску й роботи двигуна під час виходу на режим. З іншого боку, розраховуючи імпульс тяги двигуна на початку його роботи, доцільніше використати значення тяги, розраховані за тиском у камері згоряння (рис. 13), а не значення, отримані згладжуванням коливань методом обвідних (рис. 12).

Висновки

Коливання сили пружності, що відбуваються у стапелі під час ВСВ, коли двигун запускається та виходить на усталений режим роботи, зареєстровані датчиком сили, зумовлено коливаннями двигуна у стапелі, які спричинені раптовим характером дії тяги двигуна та початковим імпульсом, що виникає під час запуску двигуна.

Аналіз експериментальних кривих тяги і тиску в камері згоряння, отриманих під час

проведення ВСВ, коли двигун виходить на усталений режим роботи, та їх зіставлення зі змодельованими коливаннями сили пружності та відповідними навантаженнями на коливальну систему показує таке:

- запропонована методика моделювання коливань у системі «двигун – стапель» достовірно відображає зазначені коливальні процеси;

- прийнятий у моделі закон зміни тяги досить близько відповідає характеру тяги, реалізованому під час ВСВ;

- слабке згасання коливань вказує на пружний характер деформування та взаємодії елементів ТВС;

- запропонована методика моделювання коливань дає можливість визначити початкову тягу двигуна й характер її зміни, імпульсивне навантаження, зумовлене вильотом заглушки та відпрацьованих елементів, що вилітають разом з нею;

- для розрахунку імпульсу тяги на початковій ділянці роботи двигуна доцільно використати значення тяги, розраховані за тиском у камері згоряння.

Застосування запропонованої методики моделювання коливань двигуна у стапелі на етапі проектування стапеля дозволить більш детально визначати процеси, що протікають у ньому, та параметри окремих елементів, вузлів і стапеля у цілому.

Список використаної літератури

1. Бескровный И. Б., Кириченко А. С., Балицкий И. П. и др. Опыт предприятия по проектированию и эксплуатации стапелей для испытаний РДТТ // Космическая техника. Ракетное вооружение: Сб. науч.-техн. ст. – 2008. – Вып. 1. – Днепропетровск: ГП «КБ «Южное». – С. 119–127.

2. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с.

3. Яблонский А. А., Норейко С. С. Курс теории колебаний. Учеб. пособие для студентов вузов. Изд. 3-е, испр. и доп. – М.: Высш. шк., 1975. – 248 с.

Стаття надійшла 26.12.2018