

М. А. Дегтярев, канд. техн. наук К. В. Аврамов

## АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОТСЕКА УДЕРЖАНИЯ ПРИ СТАРТЕ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

Рассмотрены результаты исследования термпрочности отсека удержания, который представляет собой цилиндрическую оболочку с несущими элементами в виде стояночных опор. В состав корпуса отсека удержания входят следующие основные конструктивные элементы: четыре стояночные опоры, составная цилиндрическая оболочка с двумя шпангоутами по верхнему и нижнему стыкам. Целью этого исследования являлась разработка общего подхода к расчету термпрочности отсека удержания. Этот подход состоит из двух частей. Сначала рассчитываются нестационарные тепловые поля на поверхности отсека удержания с помощью полуэмпирического метода, который использует результаты моделирования потока продуктов сгорания маршевой двигательной установки в программном комплексе Solid Works. Потом рассчитывается нестационарное напряженно-деформированное состояние отсека удержания с учетом его упругопластических деформаций. Используется билинейная диаграмма деформирования материала. Для расчета напряженно-деформированного состояния используется метод конечных элементов, который реализуется в программном комплексе NASTRAN. По толщине оболочки температурное поле предполагается постоянным. В результате численного моделирования сделаны следующие выводы. Вся часть отсека удержания, обдуваемая струей продуктов сгорания, находится в пластическом напряженном состоянии. Напряжения в верхнем шпангоуте и оболочке превосходят предел прочности, что приводит к поломке конструкции. Рассмотренную конструкцию отсека удержания нельзя использовать несколько раз. Для многократного использования отсека удержания его надо значительно укреплять.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов, упругопластические деформации, предел прочности, многократное использование.

Розглянуто результати дослідження термоміцності відсіку утримання, що являє собою циліндричну оболонку з несучими елементами стоянкових опор. До складу корпусу відсіку утримання входять такі основні конструктивні елементи: чотири стоянкові опори, складена циліндрична оболонка з двома шпангоутами по верхньому та нижньому стиках. Мета цього дослідження – розробити загальний підхід до розрахунку термоміцності відсіку утримання. Цей підхід складається з двох частин. Спочатку розраховують нестационарні теплові поля на поверхні відсіку утримання за допомогою напівемпіричного методу, який використовує результати моделювання потоку продуктів згоряння маршової рушійної установки у програмному комплексі Solid Works. Потім розраховують нестационарний напружено-деформований стан відсіку утримання з урахуванням його пружно-пластичних деформаций. Використовують білінійну діаграму деформування матеріалу. Для розрахунку напружено-деформованого стану використовують метод скінченних елементів, що реалізується у програмному комплексі NASTRAN. За товщиною оболонки температурне поле вважають постійним. У результаті числового моделювання зроблено такі висновки. Уся частина відсіку утримання, яку обдуває потік продуктів згоряння, перебуває у пластичному напруженому стані. Напруження у верхньому шпангоуті та оболонці перевищують границю міцності, що призводить до поломки конструкції. Розглянуту конструкцію відсіку утримання не можна використовувати декілька разів. Для багаторазового використання відсіку утримання його потрібно значно зміцнювати.

**Ключові слова:** напружено-деформований стан, метод скінченних елементів, пружно-пластичні деформаций, границя міцності, багаторазове використання.

The study of thermal strength of the hold-down bay is considered. The hold-down bay is a cylindrical shell with the load-bearing elements as the standing supports. The case of the hold-down bay consists of the following structural elements: four standing supports and the compound cylindrical shell with two frames along the top and bottom joints. The purpose of this study was the development of a general approach for the thermal strength calculation of the hold-down bay. This approach includes two parts. Firstly, the unsteady heat fields on the hold-down bay surface are calculated by means of the semi-empirical method, which is based on the simulated results of the combustion product flow of the main propulsion system. The calculation is provided by using Solid Works software. Then the unsteady stress-strain behavior of the hold-down bay is calculated, taking into consideration the plastoelastic deformations. The material strain bilinear diagram is used. The finite-element method is applied to the stress-strain behavior calculation by using NASTRAN software. The thermal field is assumed to be constant throughout the shell thickness. As a result of the numerical simulation the following conclusions are made. The entire part of the hold-down bay, which is blown by rocket exhaust jet, is

*under stress-strain behavior. The stresses of the top frame and the shell are overridden the breaking strength that caused structural failure. The structure of the hold-down bay, which is considered in the paper, is unappropriated to be reusable. The hold-down bay should be reconstructed by reinforcement in order to provide its reusability.*

**Key words:** stress-strain behavior, finite-element method, plastoelastic deformations, breaking strength, reusability.

## **Введение**

При старте ракеты-носителя ее детали и узлы стартового стола находятся под действием температурных полей большой интенсивности. Это объясняется обтеканием узлов сверхзвуковым высокотемпературным потоком продуктов сгорания маршевой двигательной установки. Наибольшее влияние нестационарных тепловых полей испытывает отсек удержания, что приводит к его интенсивному нестационарному напряженному состоянию.

Известно о многочисленных исследованиях термочности элементов аэрокосмической техники. Результаты исследования термонапряженности дисков, используемых в аэрокосмической технике, рассмотрены в [1]. Методы решения обратных задач теплопроводности применяются для исследования температурных полей в охлаждаемых камерах [2]. Исследование теплового потока, исходящего из твердотопливного двигателя, рассмотрено в [3]. Плоская задача термоупругости и теория функций комплексного переменного применялись для анализа напряженного состояния в ортотропной бесконечной пластинке с круглыми отверстиями [4], находящейся под действием равномерного теплового потока. Для анализа термочности стенок камеры сгорания предлагается метод, учитывающий взаимодействие упругой конструкции с потоком жидкости в статье [5]. Прочность корпуса композитного ракетного двигателя исследуется методом конечных элементов [6]. Работа [7] посвящена исследованию цилиндрической оболочки под действием температурных нагрузок. Анализу подвергаются формы потери устойчивости оболочки. Работа [8] посвящена исследованию температур, при которых цилиндрические оболочки теряют устойчивость. Учитываются свойства материала, зависящие от температуры. Нелинейное динамическое поведение несовершенной цилиндрической оболочки из градиентного материала, усиленной стрингерами, рассмотрено в статье [9]. Для описания напряженно-деформи-

рованного состояния конструкции используется теория Редди высокого порядка. Термическая потеря устойчивости функционально-градиентной цилиндрической оболочки рассматривается в статье [10]. Для решения этой задачи используется сдвиговая теория первого порядка. Численный анализ устойчивости толстой многослойной пологой оболочки из градиентного материала под действием термических нагрузок представлен в работе [11]. Авторам настоящего исследования не удалось найти публикаций, посвященных термочности отсека удержания.

Целью этой работы является разработка общего подхода к расчету термочности отсека удержания. Этот подход состоит из двух частей. Сначала рассчитываются нестационарные тепловые поля на поверхности отсека удержания с помощью полуэмпирического метода. Потом рассчитывается нестационарное напряженно-деформированное состояние отсека удержания с учетом его упругопластических деформаций. Для исследования нестационарного упругопластического деформирования отсека удержания используются метод конечных элементов, реализованный в программном комплексе NASTRAN, и билинейная диаграмма деформирования материала.

## **Постановка задачи**

Отсек удержания (ОУ) представляет собой цилиндрическую оболочку. Ее несущими элементами являются стояночные опоры (стойки) в виде коробчатых сварных конструкций из стали 10ХСНД, а также механизмы удержания, установленные на каждой из опор. В стояночных опорах (стойках) в нижнем сечении выполнены прямоугольные окна (90×120 мм) для доступа при закручивании болтов крепления отсека удержания к пусковому столу. Оболочка корпуса выполнена из сегментов из листовой стали. В состав корпуса отсека удержания входят следующие основные конструктивные элементы: четыре стояночные опоры; составная

цилиндрическая оболочка с двумя шпангоутами по верхнему и нижнему стыкам.

Эскиз отсека удержания и его конечно-элементная сетка приводятся на рис. 1. Радиус срединной поверхности цилиндрической оболочки  $R=203,75$  см, высота отсека удержания  $L=110,0$  см, толщина оболочки отсека удержания  $h=1,42$  см, толщина стояночной опоры  $h=1,5$  см.

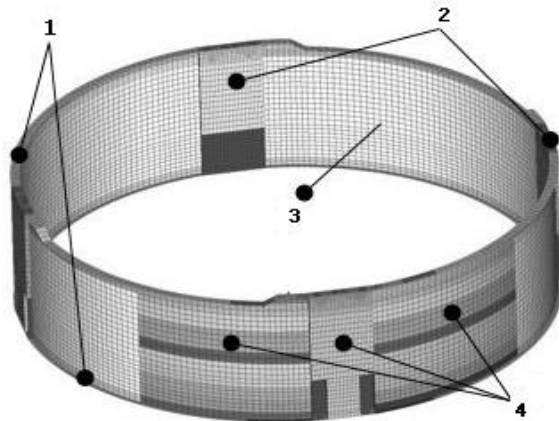


Рис. 1. Общий вид и конечноэлементная модель корпуса отсека удержания:  
1 – шпангоуты; 2 – стояночные опоры; 3 – сегмент оболочки; 4 – подверженная нагреву стояночная опора и прилегающие к ней области

При старте ракеты отсек удержания обтекается сверхзвуковым потоком продуктов сгорания высокой температуры, который исходит из двигательной установки (рис. 2). Этот тепловой поток вызывает нестационарное тепловое поле отсека удержания с большими градиентами. Следствием возникновения этого теплового поля является нестационарное напряженное состояние отсека удержания. Это напряженное состояние является предметом исследования в настоящей статье.

### Нестационарные тепловые поля отсека удержания

Для расчета температурного поля на поверхности отсека удержания прежде всего необходимо исследовать распределение скоростей и температур в сверхзвуковой струе продуктов сгорания топлива двигательной установки. Параметры сверхзвуковой струи рассчитывались с помощью программы Flow Simulation, входящей в про-

граммный комплекс Solid Works. Сверхзвуковая струя анализировалась на начальном этапе полета ракеты, когда тепловое влияние струи на отсек удержания наибольшее. Была создана геометрическая модель хвостового отсека ракеты и отсека удержания.

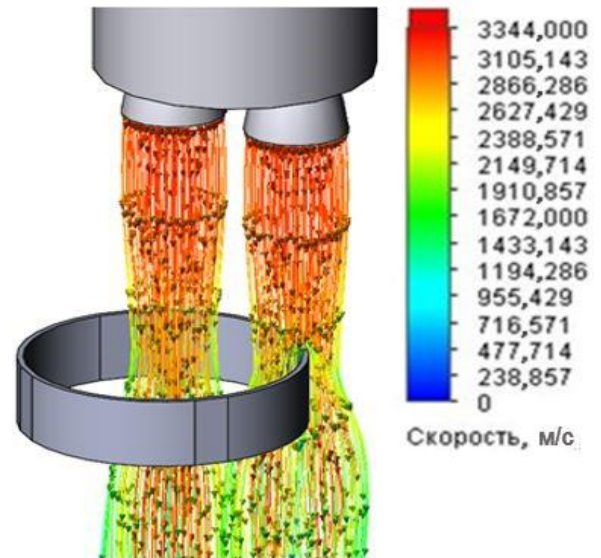


Рис. 2. Распределение скоростей в потоке продуктов сгорания маршевой двигательной установки

Для моделирования двух струй, выходящих из маршевой двигательной установки (рис. 2), задавались граничные и начальные условия. На срезе сопла задавали число Маха, давление и температуру; на поверхностях твердых тел – граничные условия непротекания. На границах расчетной области применялись граничные условия втекания (вытекания). Движение струи описывалось уравнением Навье-Стокса, которое усреднялось по Рейнольдсу [12]. В расчетах использовалась к-ε модель турбулентности [13].

Тепловой поток разделяется на две составляющие: конвективный тепловой поток и тепловой поток излучения. Для конвективного теплового потока выполняется уравнение

$$q_k = \alpha \cdot (T_e - T_w), \quad (1)$$

где  $q_k$  – плотность теплового потока на поверхности;  $\alpha$  – конвективный коэффициент теплоотдачи, Вт / (м<sup>2</sup>·К);  $T_e$  – температура восстановления, К;  $T_w$  – температура стенки, К.

Для расчета конвективного коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  используется зависимость, которая получена на основе решения задачи продольного обтекания пластины [14]:

$$\alpha = 0,0296 \frac{\lambda_w}{x} \text{Re}_w^{0,8} \text{Pr}_w^{0,4} \times \left(\frac{T_w}{T_e}\right)^{0,39} \left(1 + \frac{r(k-1)M^2}{2}\right)^{0,11}; \quad (2)$$

$$T_e = T_g \left(1 + \frac{r(k-1)M^2}{2}\right)^{0,11}; \quad (3)$$

$$r = \text{Pr}_w^{1/3}, \quad (4)$$

где  $\lambda_w$  – теплопроводность газа, Вт / (м · К);  $\text{Re}_w$  – число Рейнольдса, определяемое при температуре стенки;  $\text{Pr}_w$  – число Прандтля, определяемое при температуре стенки  $T_w$ ;  $T_g$  – температура набегающего газа, К;  $r$  – коэффициент восстановления температуры для турбулентного режима;  $k$  – показатель адиабаты;  $M$  – число Маха;  $x$  – расстояние от верхнего среза отсека удержания до расчетного сечения, м.

Струя продуктов сгорания, истекающая из сопла маршевого двигателя, излучает и поглощает лучистую энергию. Для проведения расчетов лучистого теплообмена струи маршевого двигателя с окружающими элементами учитываются коэффициенты черноты наиболее интенсивно излучающих газов  $\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{CO}_2$ . Лучистый тепловой поток от продуктов сгорания топлива маршевого двигателя удовлетворяет уравнению

$$q_l = \varepsilon_{pr} \sigma (T_g^4 - T_w^4); \quad (5)$$

$$\varepsilon_{pr} = \frac{\varepsilon_g \varepsilon_w}{\varepsilon_w + \varepsilon_g (1 - \varepsilon_w)};$$

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} + \varepsilon_{\text{CO}_2},$$

где  $q_l$  – плотность теплового потока;  $\varepsilon_{pr}$  – приведенная степень черноты;  $\varepsilon_w$  – степень черноты стенки;  $\varepsilon_g$  – степень черноты газового объема;  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана.

С помощью уравнений (1)–(5) определяются плотности теплового потока на поверх-

ности отсека удержания. При этом необходимо располагать параметрами сверхзвукового газового потока, полученными путем расчета в программном комплексе Flow Simulation. Распределение скоростей газовой струи приведено на рис. 2. По значениям плотности теплового потока на поверхности отсека удержания находим поле температур в отсеке удержания. Поскольку отсек удержания является достаточно тонкой цилиндрической оболочкой, предполагается, что температура по ее толщине распространяется мгновенно. Поэтому по нормали к поверхности отсека удержания температура предполагается постоянной. Подчеркнем, что температурное поле существенно изменяется в продольном и окружном направлениях отсека удержания.

Анализ газодинамических параметров струи, исходящей из маршевой двигательной установки, показал, что конвективное воздействие струи на конструкцию отсека удержания ограничивается зоной, включающей в себя опору и прилегающие к ней участки оболочки (рис. 1). Выбор газодинамических параметров струи в рассматриваемых расчетных зонах проводился с учетом их распределения как по оси струи, так и по радиусу. Начальная температура отсека удержания принималась равной 20 °С.

### Нестационарное напряженное состояние

Нестационарное тепловое поле отсека удержания приводит к его нестационарному напряженно-деформированному состоянию. Подход к расчету этого поля обсуждается в этом разделе.

Поле температур рассчитывалось на поверхности отсека удержания, изготовленного из стали 10ХСНД, имеющего такие механические характеристики:

$$\lambda_w = 40 \text{ Вт / (м · К)}; \varepsilon_w = 0,85,$$

где  $\lambda_w$  – теплопроводность;  $\varepsilon_w$  – степень черноты стенки;  $C_p$  – теплоемкость.

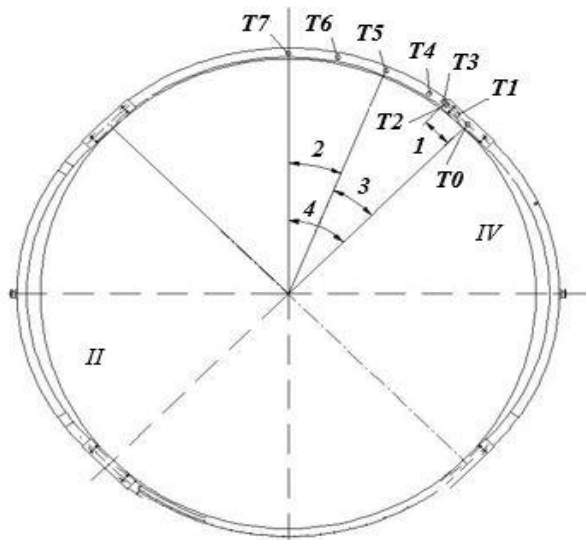


Рис. 3. Поперечное сечение отсека удержания с точками  $T_0, \dots, T_7$ , в которых рассчитывается нестационарное тепловое поле. Размеры: 1 – 12 мм; 2 – 22,5°; 3 – 22,5°; 4 – 45°

Нестационарные тепловые поля рассчитывались в восьми точках  $T_0, \dots, T_7$ , которые показаны на рис. 3. В этих точках проводился расчет температурных полей в зависимости от продольной координаты отсека удержания. Продольная координата отсчитывается от стыка отсека удержания с хвостовым отсеком ракеты. Результаты расчета для трех характерных точек  $T_0, T_3, T_7$  приводятся на рис. 4 – 6. На них показаны нестационарные тепловые поля для следующих значений продольных координат отсека удержания: 0,01; 0,05; 0,2; 1,1 м. В точке  $T_0$  максимальная температура составляет 245 °С, а в точке  $T_3$  – 1000 °С. Такой градиент температур приводит к значительным напряжениям в отсеке удержания.

Нестационарное напряженное состояние конструкции анализируется с помощью программного комплекса MSC.Nastran. Исследовалось поле эквивалентных напряжений. Кроме поля элементов тензора напряжений рассчитывалось поле интенсивностей напряжений  $\sigma_e$  [15]. Пластическое состояние материала наступает по достижимости интенсивности напряжений предела текучести материала.

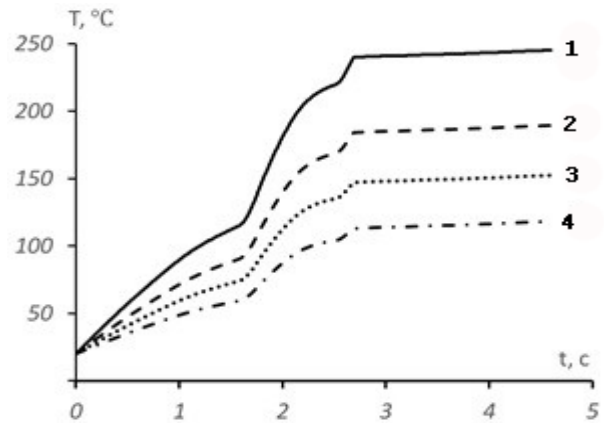


Рис. 4. Изменение температуры в точке  $T_0$  в зависимости от времени полета ракеты для разных продольных координат отсека удержания: 1 – 0,01 м, 2 – 0,05 м, 3 – 0,20 м, 4 – 1,10 м (продольная координата ОУ от плоскости стыка с РН)

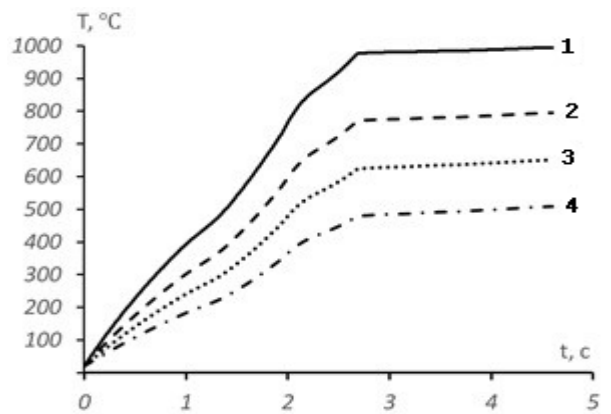


Рис. 5. Изменение температуры в точке  $T_3$  в зависимости от времени полета ракеты для разных продольных координат отсека удержания: 1 – 0,01 м, 2 – 0,05 м, 3 – 0,20 м, 4 – 1,10 м (продольная координата ОУ от плоскости стыка с РН)

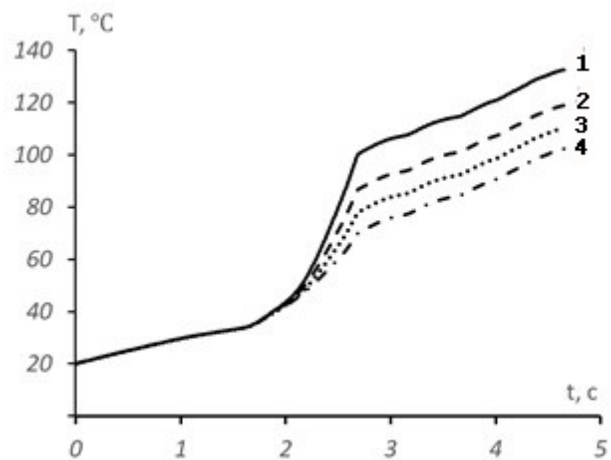


Рис. 6. Изменение температуры в точке  $T_7$  в зависимости от времени полета ракеты для разных продольных координат отсека удержания: 1 – 0,01 м, 2 – 0,05 м, 3 – 0,20 м, 4 – 1,10 м (продольная координата ОУ от плоскости стыка с РН)

В расчетах использовалась билинейная диаграмма деформирования материала (рис. 7). На рис. 7 представлена зависимость интенсивности напряжений  $\sigma_i$  от интенсивности деформаций  $\varepsilon_i$ . Для расчета напряженно-деформированного состояния использовался метод конечных элементов.

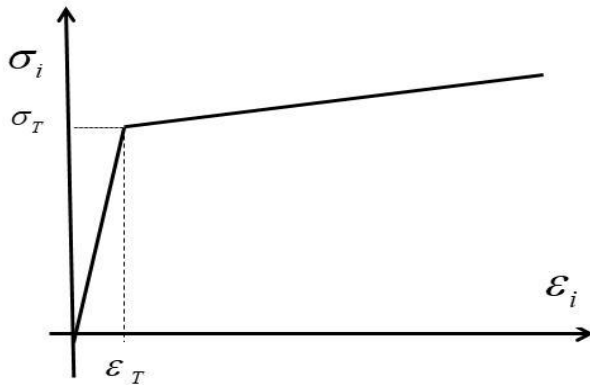


Рис. 7. Диаграмма деформирования материала:  
 $\sigma_T$  – предел текучести, МПа;  $\varepsilon_T$  – деформация при достижении предела текучести, %

Напряженно-деформированное состояние корпуса отсека удержания при действии тепловых нагрузок (рис. 4 – 6) исследовалось с учетом пластического состояния материала. В расчете учитывается зависимость свойств материала отсека удержания от температуры, которая приводится в табл. 1. Граничные условия определили закрепление опор по нижнему стыку в трех линейных направлениях в местах расположения болтов крепления отсека удержания к пусковому столу. Для исследования нестационарного напряженного состояния использовался модуль Transient Dynamic / Time History.

Исследовалась сходимость результатов расчета напряженного состояния. Для этого нестационарное напряженное состояние рассчитывалось для конечноэлементной сетки с разной плотностью. Результаты таких расчетов систематизированы на рис. 8, на котором показана зависимость максимальных эквивалентных напряжений от числа степеней свободы конструкции. В дальнейших расчетах нами будет использоваться конечноэлементная сетка с  $2,8 \cdot 10^5$  степенями свободы.

Таблица 1

Физико-механические характеристики материала корпуса отсека удержания в зависимости от температуры

Марка материала	Температура, °С	Предел прочности $\sigma_b$ , МПа	Предел текучести $\sigma_{0,2}$ , МПа	Модуль упругости E, ГПа	Относительное удлинение $\delta$ , %	Коэффициент линейного расширения $\alpha \cdot 10^6$ , 1 / град
10XCHD	20	540	410	–	36	–
	100	500	360	197	33	11,4
	200	470	330	201	28	12,2
	300	480	305	195	28	12,6
	400	490	295	188	–	13,2
	500	370	265	180	30	13,8
	600	215	195	169	35	14,1
	700	160	140	156	47	–
	800	78	59	135	71	–
	900	78	59	125	70	–

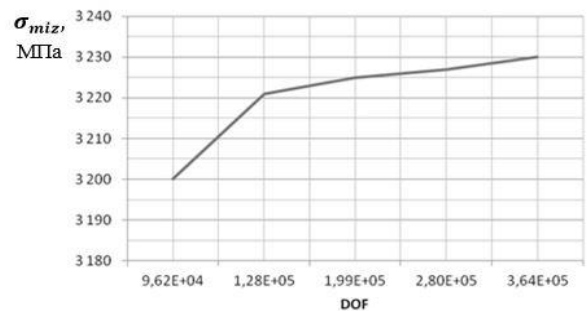


Рис. 8. Зависимость максимальных эквивалентных динамических напряжений от количества степеней свободы расчетной модели:

$\sigma_{miz}$  – максимальные эквивалентные динамические напряжения;  $DOF$  – число степеней свободы

Теперь рассмотрим результаты численного моделирования нестационарных тепловых полей. Наиболее нагруженными являются области около четырех точек, которые представлены на рис. 9. Развитие нестационарных эквивалентных напряжений в этих четырех точках приводится на рис. 10. Как следует из этого рисунка, рост эквивалентных напряжений с течением времени качественно совпадает с ростом температур, которые приводятся на рис. 4 – 6. В качестве

примера на рис. 11 представлено распределение эквивалентных напряжений в отсеке удержания в момент времени  $t = 3,75$  с.

Таблица 2

Результаты расчета и коэффициенты запаса прочности

Наименование элемента		Максимальная температура $T, ^\circ\text{C}$	Максимальные эквивалентные напряжения $\sigma_{\text{max}}, \text{МПа}$	Предел текучести $\sigma_{0,2}, \text{МПа}$	Предел прочности $\sigma_{\text{в}}, \text{МПа}$	Локальный запас прочности $\eta$
Стояночная опора	Верхняя часть	245	355,0	317	475	1,33
	Средняя часть	200	403,0	330	470	1,16
	Нижняя часть	125	444,0	350	492	1,10
Сегмент оболочки	Верхний шпангоут	994	353,0	59	78	0,22
		Оболочка	800	404,0		59
	Нижний шпангоут	600	354,0	195	160	0,45
		400	282,0	295	370	1,31

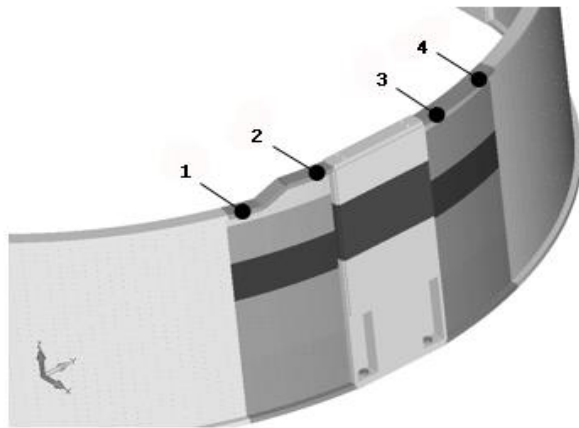


Рис. 9. Наиболее напряженные точки отсека удержания 1, 2, 3, 4

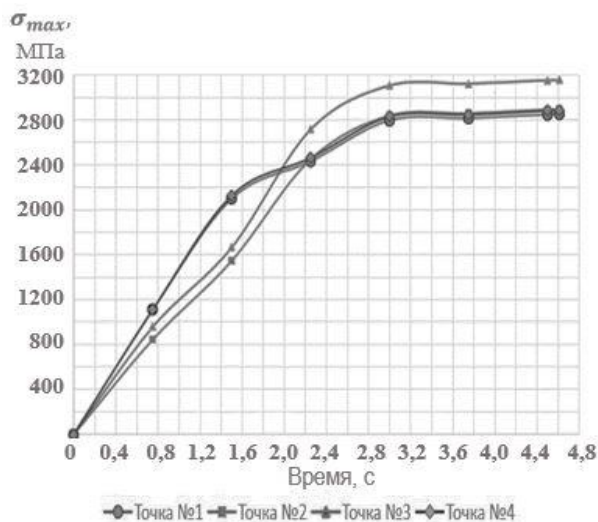


Рис. 10. Нестационарные эквивалентные напряжения

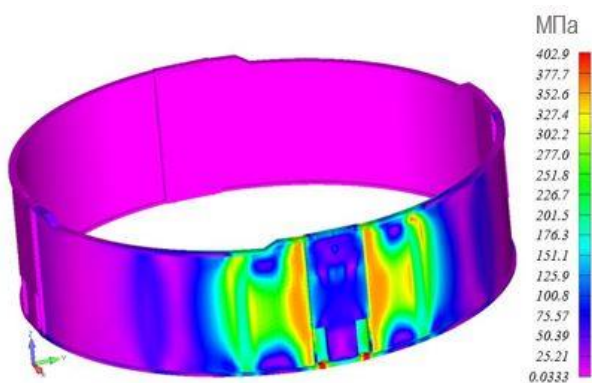


Рис. 11. Поле эквивалентных напряжений в корпусе отсека удержания в момент времени 3,75 с

**Примечание.** Локальный запас прочности определяется по формуле  $\eta = \sigma_{\text{в}} / \sigma_{\text{эке}}$ .

Результаты анализа прочности отсека удержания систематизированы в табл. 2.

Все элементы, кроме нижнего шпангоута, удовлетворяют неравенству  $\sigma_{0,2} < \sigma_{\text{эке}}$ . Поэтому все эти детали находятся в области пластичности. Только нижний шпангоут находится в упругом состоянии. Как следует из табл. 2, для верхнего шпангоута и оболочки  $\eta < 1$ , т. е. при таком уровне напряжений эти детали разрушаются.

## Выводы

В работе предложен метод расчета нестационарных температурных полей отсека удержания с использованием моделирования струи продуктов сгорания топлива двигательной установки в программном комплексе Flow Simulation. В основе подхода к расчету нестационарных температурных полей лежит полуэмпирическая методика нахождения теплового потока на поверхности отсека удержания.

Предложен подход к расчету упругопластического напряженного состояния отсека удержания, вызываемого нестационарными температурными полями. Основой подхода является конечноэлементное моделирование в программном комплексе NASTRAN.

Вся часть отсека удержания, обдуваемая струей продуктов сгорания, находится в пластическом напряженном состоянии. Только нижний шпангоут (наиболее удаленный от струи элемент) находится в упругом состоянии. Напряжения в верхнем шпангоуте и оболочке превосходят предел прочности, что приводит к поломке конструкции.

Рассмотренную в этой статье конструкцию отсека удержания нельзя использовать несколько раз. Для многократного использования отсека удержания его надо значительно укреплять.

## Список использованной литературы

1. Elhefny A., Liang G. Stress and deformation of rocket gas turbine disc under different loads using finite element modeling. *Propulsion and Power Research*. 2013. № 2. P. 38–49.
2. Perakis N., Haidn O. J. Inverse heat transfer method applied to capacitively cooled rocket thrust chambers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2019. № 131. P. 150–166.
3. Yilmaz N., Vigil F., Height J., et. al. Rocket motor exhaust thermal environment characterization. *Measurement*. 2018. № 122. P. 312–319.
4. Jafari M. Thermal stress analysis of orthotropic plate containing a rectangular hole using complex variable method. *European Journal of Mechanics A /Solids*. 2019. № 73. P. 212–223.

Song J., Sun B. Thermal-structural analysis of regeneratively cooled thrust chamber wall in reusable LOX / Methane rocket engines. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2017. № 30. P. 1043–1053.

5. Ramanjaneyulu V., Murthy V. B., Mohan R. C., Raju Ch. N. Analysis of composite rocket motor case using finite element method. *Materials Today: Proceedings*. 2018. № 5. P. 4920–4929.

6. Xu F., Abdelmoula R., Potier-Ferry M. On the buckling and post-buckling of core-shell cylinders under thermal loading. *International Journal of Solids and Structures*. 2017. № 126–127. P. 17–36.

7. Wang Z., Han Q., Nash D. H., et. al. Thermal buckling of cylindrical shell with temperature-dependent material properties: Conventional theoretical solution and new numerical method. *Mechanics Research Communications*. 2018. № 92. P. 74–80.

8. Duc N. D. Nonlinear thermal dynamic analysis of eccentrically stiffened S-FGM circular cylindrical shells surrounded on elastic foundations using the Reddy's third-order shear deformation shell theory. *European Journal of Mechanics A /Solids*. 2016. № 58. P. 10–30.

9. Trabelsi S., Frikha A., Zghal S., Dammak F. A modified FSDT-based four nodes finite shell element for thermal buckling analysis of functionally graded plates and cylindrical shells. *Engineering Structures*. 2019. № 178. P. 444–459.

10. Trinh M. C., Kim S. E. Nonlinear stability of moderately thick functionally graded sandwich shells with double curvature in thermal environment. *Aerospace Science and Technology*. 2019. № 84. P. 672–685.

11. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., 2003. 840 с.

12. Launder B. E., Sharma B. I. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1974. № 1. P. 131–138.

13. Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. М., 1977. 345 с.

14. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М., 1968. 400 с.

Статья поступила 14.01.2020