

Канд. техн. наук Л. Р. Козак, М. И. Шахов

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СЕРВОМЕХАНИЗМОВ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ

Будучи конечным исполнительным звеном систем управления ракет, гидравлический привод является в то же время основным источником различных нелинейных зависимостей в динамической схеме ракет, наличие которых резко усложняет теоретический анализ их динамики и синтез систем управления. Потребная точность и сложность математических моделей гидравлических сервомеханизмов различны для разных стадий проектирования управляемых ракет. Рассмотрены простейшие модели гидравлических сервоприводов, предназначенные для расчетов управляемости ракет и определения требований к скоростным и силовым характеристикам приводов. Для расчетов областей устойчивости ракет, а также для оценки собственной устойчивости сервоприводов применяют линеаризованную математическую модель гидравлического сервопривода, в которой учтены важнейшие параметры, влияющие на устойчивость как самого сервопривода, так и ракеты: жесткость рабочей жидкости, жесткость упругой подвески привода и управляющего органа, крутизна механической характеристики привода в области малых управляющих сигналов, которая, как показал анализ полной математической модели, обусловлена только размерами начальных осевых зазоров рабочих щелей золотника. Полная математическая модель, построенная на основе точных расчетов баланса расхода жидкости через рабочие щели золотника, позволяет уже на стадии проектирования определить значения всех важнейших статических и динамических характеристик будущего гидропривода, выбрать оптимальные характеристики золотников исходя из заданной степени устойчивости и быстродействия сервопривода и провести «чистовое» моделирование полета ракеты на комплексных стендах систем управления без использования реальных приводов и нагрузочных стендов. Она корректна и универсальна для всех стадий проектирования и отработки ракет и их систем управления. С использованием данной математической модели были разработаны мощные приводы линейки межконтинентальных баллистических ракет с качающейся головной частью и приводы маршевых двигателей первой ступени ракеты-носителя «Зенит». Результаты их испытаний отдельно и в составе ракет практически полностью соответствуют данным теоретических расчетов.

Ключевые слова: математическая модель, гидропривод, сервопривод, устойчивость, демпфирование, золотник.

Як кінцева виконавча ланка систем керування ракет гідравлічний привід є водночас основним джерелом різних нелінійних залежностей у динамічній схемі ракет, наявність яких значно ускладнює теоретичний аналіз їх динаміки і синтез систем керування. Потрібна точність і складність математичних моделей гідравлічних сервомеханізмів неоднакові для різних стадій проектування керованих ракет. Розглянуто найпростіші моделі гідравлічних сервоприводів, призначені для розрахунків керованості ракет і визначення вимог до швидкісних і силових характеристик приводів. Для розрахунків областей стійкості ракет, а також для оцінювання власної стійкості сервоприводів застосовують линеаризовану математичну модель гідравлічного сервопривода, у якій враховано найважливіші параметри, що впливають на стійкість як самого сервопривода, так і ракети: жорсткість робочої рідини, жорсткість пружної підвіски приводу і керуючого органа, крутість механічної характеристики приводу в області малих керуючих сигналів, яку, як показав аналіз повної математичної моделі, обумовлено лише розмірами початкових осьових зазорів робочих щілин золотника. Повна математична модель, побудована на основі точних розрахунків балансу витрати рідини через робочі щілини золотника, дає змогу вже на стадії проектування визначити значення усіх найважливіших статичних і динамічних характеристик майбутнього гідроприводу, обрати оптимальні характеристики золотників, зважаючи на заданий ступінь стійкості і швидкість сервопривода, і провести «чистове» моделювання польоту ракети на комплексних стендах систем керування без використання реальних приводів і навантажувальних стендів. Вона коректна й універсальна для всіх стадій проектування і відпрацювання ракет і їх систем керування. З використанням цієї математичної моделі було розроблено потужні приводи ряду міжконтинентальних балістичних ракет з хитною головною частиною і приводи маршових двигунів першого ступеня ракети-носія «Зеніт». Результати їх випробувань окремо й у складі ракет практично повністю відповідають даним теоретичних розрахунків.

Ключові слова: математична модель, гідропривід, сервопривод, стійкість, демпфування, золотник.

Being a final executive element of rocket control systems, a hydraulic actuator is at the same time the main source of various non-linear dependencies in rocket dynamic design whose availability dramatically com-

plicates theoretical analysis of their dynamics and control systems synthesis. The required accuracy and complexity of mathematical models of hydraulic servo mechanisms are different for different design phases of guided rockets. The paper deals with the simplest models of hydraulic servo actuators intended to calculate rocket controllability and to define requirements to response and power characteristics of the actuators. To calculate the rocket stability regions and to evaluate own stability of servo actuators, a linearized mathematical model of hydraulic servo actuator is used that takes into account the most important parameters having impact on stability of the servo actuator itself and on that of the rocket: hardness of working fluid, stiffness of elastic suspension of the actuator and control element, slope of mechanical characteristic of the actuator in the area of small control signals, which, as full mathematical model analysis showed, is conditioned only by dimensions of initial axial clearances of slide's throats. The full mathematical model constructed based on accurate calculations of the balance of fluid flow rate through the slide's throats allows, as early as at designing phase, determining the values of most important static and dynamic characteristics of a future hydraulic actuator, selecting optimal characteristics of slides based on specified degree of stability and response of servo actuator and conducting final modeling of rocket flight on the integrated control system test benches without using real actuators and loading stands. It is correct and universal for all phases of rockets and their control systems designing and testing. Using this mathematical model, the powerful actuators of a line of intercontinental ballistic missiles with swinging reentry vehicle and the main engines actuators of Zenit launch vehicle first stage were developed. The results of their testing separately and in rockets practically fully comply with the data of theoretical calculations.

Key words: mathematical model, hydraulic actuator, servo actuator, stability, damping, slide.

Введение

Математические модели гидравлических сервомеханизмов используются на различных стадиях проектирования управляемых объектов. Точность и сложность этих моделей различны для каждой из них.

Гидравлические, электрические и газовые приводы, охваченные отрицательной обратной связью по положению выходного вала или штока, т.е. сервоприводы, являются, как правило, конечным исполнительным звеном систем управления (СУ) объектов аэрокосмической техники.

Для динамичного управления вектором тяги маршевых ракетных двигателей приводам необходимо преодолевать большие инерционные и внешние нагрузки. Потребляемые мощности приводов при этом могут достигать десятков киловатт.

Для отклонения жидкостного ракетного двигателя (ЖРД) оптимальным конструктивным решением является применение гидравлических приводов с использованием в качестве рабочей жидкости одного из компонентов топлива ракетного двигателя – керосина или гептила. Для отклонения поворотных сопел твердотопливных ракетных двигателей применяются гидроприводы с вытеснительной системой гидропитания.

Гидравлические приводы, будучи конечным исполнительным звеном систем управления, имеют очень большой коэффициент усиления сигнала по мощности (от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч).

По этой причине гидроприводы (так же, как газовые и, в меньшей степени, электрические) являются для систем управления основными источниками различных нелинейных зависимостей, в том числе степенных зон нечувствительности, люфтов, насыщений и ограничений, наличие которых резко усложняет и ограничивает применение при анализе и синтезе систем управления хорошо развитого аналитического аппарата исследования линейных систем [1-3]. Поэтому на начальных этапах проектирования ракет и СУ используются, как правило, упрощенные и линеаризованные математические модели гидроприводов.

Сравнительно недавно на конечных этапах проектирования и при стендовой отработке алгоритмов управления и приборов СУ применяли аппарат аналогового моделирования полета ракеты на электронных моделирующих установках, на которых «набирали» полные уравнения возмущенного полета ракеты. При этом использовались физические макеты приборов и реальные образцы приводов с соответствующими нагрузочными стендами для имитации основных силовых и инерционных нагрузок на приводы.

В последние десятилетия вследствие бурного развития вычислительной техники стало возможным цифровое моделирование полета летательных аппаратов с использованием максимально полной системы уравнений и с подробным математическим описанием работы приводов. Более того, этот же

объемный математический аппарат в настоящее время успешно применяется и для статистических расчетов с тысячами и десятками тысяч случайных реализаций процессов полета.

Таким образом, технический прогресс в вычислительной технике смещает акценты с теоретического анализа и синтеза сложных систем на экспериментальный путь, точнее, на математические эксперименты с использованием максимально полного и корректного математического описания поведения систем.

Последние тенденции приводят к тому, что в комплексных стендах для отработки СУ электронные моделирующие установки заменяют цифровыми машинами. Громоздкие, сложные и дорогостоящие нагрузочные стенды с приводами также заменяют точными и подробными математическими моделями приводов с корректным описанием всех влияющих на работу приводов и устойчивость ракеты факторов, воспроизвести и учесть которые в нагрузочных стендах было невозможно.

Упрощенные математические модели гидроприводов

Упрощенные и линеаризованные модели приводов, как уже отмечалось, используются на начальных стадиях проектирования ракет для выбора управляющих органов, первичных расчетов управляемости и устойчивости ракет, а также для определения требуемых скоростей и оценки нагрузок на приводы.

Данные расчеты проводят в предположении, что приводы отработаны и не имеют проблем с устойчивостью, чувствительностью или располагаемой мощностью.

Гидропривод без обратной связи по положению штока (вала) по сути является интегрирующим звеном, т.е. движение выходного элемента привода прекращается только при обнулении управляющего сигнала. При наличии отрицательной обратной связи по положению (электрической или механической) он превращается в сервопривод, т.е. в позиционное звено, выходное положение которого соответствует величине входной команды.

Если не учитывать влияния нагрузки на скорость привода, то простейшие уравнения сервопривода, записанные в угловых отклонениях управляющего органа, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= i_y K_V, \quad |\dot{\delta}| \leq \dot{\delta}_{\max}; \\ i_y &= K_{OC} (\delta_k - \delta), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\dot{\delta}$, $\dot{\delta}_{\max}$ – скорость и максимальная скорость отклонения выходного вала привода, град/с; i_y – управляющий ток, мА; δ, δ_k – отклонение и команда на отклонение управляющего органа, град; K_V – крутизна скоростной характеристики привода, град/с·мА; K_{OC} – коэффициент отрицательной обратной связи, мА/град.

Круговой коэффициент усиления

$$K = K_V K_{OC}$$

для гидравлических сервоприводов выбирают в зависимости от мощности приводов из диапазона 10-20 1/с, что соответствует постоянной времени исполнения команды

$$T_{СП} = 1/K = 0,05 - 0,1 \text{ с.}$$

Данная математическая модель сервопривода (1) вполне корректно работает при расчетах управляемости ракеты как твердого тела. По результатам этих расчетов кроме оценки эффективности управляющих органов можно определить требуемые скорости приводов, параллельными расчетами – нагрузки на приводы в полете.

В ситуациях, когда приводы работают при больших переменных нагрузках, близких к предельно возможному, необходимо учитывать зависимость скорости от значения нагрузки. Такие ситуации возникают, когда на конечных этапах проектирования ракет резко увеличиваются первоначально рассчитанные нагрузки на органы управления и отношение максимальных моментов, развиваемых приводами, к максимальной нагрузке становится меньше обычно применяемых значений 1,5-2. В некоторых случаях при наличии жестких ограничений потребляемой мощности приводы в полете могут выходить на пределы своих энергетических возможностей. В этих случаях следует

использовать уравнения гидравлических сервоприводов с корректным описанием зависимости развиваемой скорости от преодолеваемой нагрузки и составляющих внешней нагрузки

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= i_y k \sqrt{|M_o - M_H|} \operatorname{sign}(M_o - M_H); \\ M_o &= i_y K_m, \quad |M_o| \leq M_o^{\max}; \\ M_H &= K_n \delta + K_o \dot{\delta} + M_{mp} + M_{ac} + M_{ouc}; \\ M_{mp} &= \begin{cases} M_{mp}^{\max} \frac{\dot{\delta}}{\Delta} & \text{если } |\dot{\delta}| < \Delta, \\ M_{mp}^{\max} \operatorname{sign} \dot{\delta} & \text{если } |\dot{\delta}| \geq \Delta; \end{cases} \quad (2) \\ i_y &= K_{oc} (\delta_k - \delta), \quad |i_y| \leq i_y^{\max}, \end{aligned}$$

где K_m – крутизна моментной характеристики; K_n – коэффициент позиционной нагрузки; K_o – коэффициент демпфирования; M_{ac} – знакопостоянный момент от асимметрии тяги; M_{ouc} – момент от весового дисбаланса; M_{mp}, M_{mp}^{\max} – момент трения и максимальный момент трения; i_y^{\max} – максимальное значение управляющего тока; Δ – зона линейного изменения трения.

Нелинейные дифференциальные уравнения (1), (2) имеют первый порядок и, соответственно, описывают всегда устойчивые процессы отработки командных сигналов.

При аналитических расчетах областей устойчивости управляемых ракет с применением полной линеаризованной системы уравнений ракеты как объекта управления (с описанием упругих характеристик корпуса, характеристик упругой подвески двигателей и жидкого наполнения баков) следует использовать линеаризованные уравнения приводов, в которых должны быть учтены сжимаемость рабочей жидкости, жесткость конструкции узлов крепления привода и двигателя и массово-инерционные характеристики управляющих органов.

Так как внешние статические нагрузки на привод практически не влияют на характеристики устойчивости ракеты, в данных случаях для простоты анализа они полагаются равными нулю.

Система линеаризованных уравнений гидравлического сервопривода имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{X}_{жс} &= \rho_3 K_V - K_n F; \\ X_{умт} &= X_{жс} - \frac{F}{C_{жс}}; \\ F &= C_{кр} (X_{умт} - X); \quad (3) \\ \ddot{X} &= \frac{F}{m}; \\ \rho_3 &= K_{oc} (X_k - X_{умт}), \end{aligned}$$

где X, \ddot{X} – перемещение и ускорение нагрузки; $X_{умт}$ – перемещение штока привода; $\dot{X}_{жс}, X_{жс}$ – скорость и перемещение штока привода при «несжимаемой» жидкости; X_k – командный сигнал; ρ_3 – отклонение золотника от нейтрального положения; m – масса перемещаемого груза (приведенная к штоку масса двигателя); F – сила в кинематической цепи «корпус ракеты – привод – двигатель»; K_V – крутизна скоростной характеристики привода; K_{oc} – коэффициент обратной связи; K_n – коэффициент наклона механической характеристики привода (характеризует падение скорости при увеличении нагрузки на штоке); $C_{жс}$ – жесткость столба жидкости в гидроцилиндре; $C_{кр}$ – жесткость кинематической передачи «привод – нагрузка» (приведенная к оси штока жесткость конструктивного крепления).

Система уравнений (3) имеет третий порядок, и ее коэффициенты должны удовлетворять критериям устойчивости, основное условие которых для данной системы имеет вид [4]

$$K_V K_{oc} < K_n C_{жс}.$$

В системе уравнений (3) все константы и коэффициенты, кроме коэффициента K_n , который, как показали исследования и эксперименты, зависит от конструктивного исполнения золотника, легко вычислить и задать, исходя из основных, базовых характеристик гидропривода, управляющего органа и силового тракта.

При отсутствии начальных осевых зазоров в золотнике (идеальный отсечный золотник) и уменьшении уровня управляющих сигналов коэффициент K_n стремится к

нулю и сервопривод становится неустойчивым.

Для оптимального выбора начальных осевых зазоров в рабочих щелях золотника коэффициент K_n в первом приближении можно принять равным отношению максимальной скорости привода к максимальному усилию, развиваемому им:

$$K_n = \dot{X}_{\max} / F_{\max}.$$

Методика точного определения коэффициента K_n с учетом геометрических размеров рабочих щелей золотников приведена в [4].

Жесткость жидкости в полостях гидроцилиндра (при нейтральном положении поршня) рассчитывается по формуле

$$C_{ж} = \frac{2ES_{п}}{L},$$

где E – модуль упругости рабочей жидкости, который принимается равным 10 000–14 000 кг/см²; $S_{п}$ – площадь поршня привода, см²; L – полный ход штока от нейтрального положения, см.

Жесткость кинематической передачи $C_{кр}$ наиболее точно определяется через частоту упругой подвески двигателя

$$C_{кр} = \omega^2 m,$$

где ω – собственная частота упругой подвески управляющего двигателя, определяемая экспериментально, рад/с.

На ранних этапах проектирования частоту упругой подвески можно принимать из диапазона 6–10 Гц, потому что при частотах подвески ниже 5 Гц могут возникнуть проблемы даже с устойчивостью «твердой» ракеты. Если экспериментально определенная частота подвески камеры ЖРД (или поворотного сопла в случае с твердотопливным двигателем) окажется ниже 5 Гц, необходимо принимать конструктивные меры для увеличения жесткости подвески и доведения частоты до большего или равного 6 Гц уровня.

Уравнения (3) при корректно рассчитанном коэффициенте K_n можно также использовать для определения запасов устойчивости и в самом контуре сервопривода, а

также для выбора рабочего значения кругового коэффициента усиления в контуре [4].

При использовании уравнений (3) в составе полной линеаризованной системы уравнений движения ракеты для оценки устойчивости в правую часть уравнения для расчета ускорения нагрузки \ddot{X} обязательно добавляют составляющие от угловых и линейных ускорений «твердой» ракеты и ускорений от упругих колебаний корпуса в районе хвостового отсека.

Уравнения (1) и (2) не предназначены для «чистового» моделирования возмущенного полета с использованием полной динамической схемы ракеты.

Линеаризованная система уравнений (3) при указанных выше условиях и введении ограничения на максимальную скорость привода дает вполне корректные результаты при «чистовом» моделировании полета. Для получения максимально точных результатов необходимы более сложные уравнения с корректным описанием внутренней динамики полета.

Полная математическая модель гидравлического сервопривода и упругой подвески управляющих органов

Необходимо отметить, что использование терминов «полная математическая модель» или «полная система уравнений» всегда условно. Так, в ракетной технике при математическом описании различных физических процессов, влияющих на траекторию полета или жизнеспособность летательного аппарата, обычно ограничиваются процессами, собственные частоты которых не превышают 10–15 Гц. Без вмешательства системы управления высокочастотные (более 10–15 Гц) процессы, как правило, устойчивы. С другой стороны, на данных частотах СУ практически полностью подавляет входные сигналы, т.е. является разомкнутой для этих сигналов, и процессы сами по себе затухают.

Однако для корректного представления внутренней динамики приводов необходимо учитывать процессы, собственные частоты которых выше указанного частотного диапазона. Это связано с быстрыми изменениями давления в полостях гидроцилиндра

и упругой деформацией конструкции крепления привода и двигателя. Наличие в уравнениях математической модели описания быстропротекающих процессов влечет за собой необходимость уменьшения шага численного интегрирования данных уравне-

ний. Однако при современных возможностях вычислительной техники уменьшение шага интегрирования в разумных пределах не является ограничивающим фактором.

На рис. 1 представлена классическая схема гидравлического сервопривода с четырехщелевым золотником.

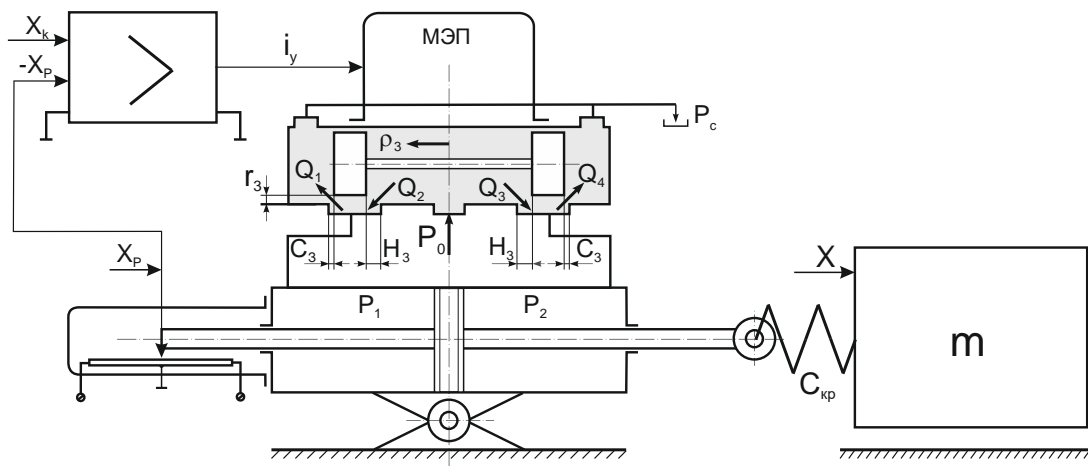


Рис. 1. Схема гидравлического сервопривода с четырехщелевым золотником:

r_3 – радиальный зазор в золотнике; H_3 – начальный осевой зазор со стороны напорной магистрали; C_3 – начальный осевой зазор со стороны сливной магистрали; ρ_3 – смещение золотника от нейтрального положения; P_0 , P_c – давления рабочей жидкости в напорной и сливной магистралях; P_1 , P_2 – давления в полостях гидроцилиндра; Q_1 , Q_2 , Q_3 , Q_4 – направления расхода рабочей жидкости; МЭП – магнитоэлектрический преобразователь

Необходимо отметить, что для приводов, мощность которых более одного киловатта, в качестве гидроусилителей обычно применяют многокаскадные золотники. Как правило, хорошее быстродействие первых каскадов позволяет рассчитывать позиционирование силового каскада золотника с помощью одной постоянной времени запаздывания порядка 0,003 – 0,005 с.

Динамика взаимодействия гидропривода и управляющего органа зависит от значений и скоростей изменений давлений в полостях силовых цилиндров. Давления, в свою очередь, зависят от баланса объемов жидкости, поступающих и покидающих данные полости, а также от изменений геометрических объемов этих полостей при перемещениях поршня гидроцилиндра.

Теоретические исследования и эксперименты [4] показали, что корректный расчет площадей проходных сечений рабочих щелей золотника с обязательным учетом зависимости этих площадей от начальных осевых зазоров, фактически определяющих

устойчивость и динамические свойства сервопривода, является необходимым условием обеспечения точности математической модели гидропривода.

Расчет расходов рабочей жидкости

Расходы рабочей жидкости через узкие и короткие щели золотника (рис. 1) пропорциональны текущим площадям щелей и квадратному корню от перепадов давлений в этих щелях. Направления расходов определяются знаками соответствующих перепадов:

$$Q_1 = S_1 \sqrt{|P_1 - P_c|} \operatorname{sign}(P_1 - P_c);$$

$$Q_2 = S_2 \sqrt{|P_0 - P_1|} \operatorname{sign}(P_0 - P_1);$$

$$Q_3 = S_3 \sqrt{|P_0 - P_2|} \operatorname{sign}(P_0 - P_2);$$

$$Q_4 = S_4 \sqrt{|P_2 - P_c|} \operatorname{sign}(P_2 - P_c),$$

где S_1 , S_2 , S_3 , S_4 – эффективные проводимости рабочих щелей золотника, пропорцио-

нальные геометрическим площадям проходных сечений.

$$S_1 = \begin{cases} \mu \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} b \sqrt{(C_3 - \rho_3)^2 + r_3^2}, & (\rho_3 < C_3); \\ r_3, & (\rho_3 \geq C_3), \end{cases}$$

где μ – коэффициент расхода (далее его значение принимается равным 0,65); g – ускорение свободного падения; b – ширина рабочей щели золотника; γ – удельный вес рабочей жидкости; ρ_3 – осевое перемещение золотника; C_3, H_3, r_3 – начальные осевые и радиальный зазоры золотника.

Аналогично записываются выражения для S_2, S_3, S_4 .

Удобнее использовать более короткую форму записи проводимостей:

$$S_1 = \sqrt{(C - \rho)^2 (1 + \text{sign}(C - \rho)) 0,5 + r^2};$$

$$S_2 = \sqrt{(H + \rho)^2 (1 + \text{sign}(H + \rho)) 0,5 + r^2};$$

$$S_3 = \sqrt{(H - \rho)^2 (1 + \text{sign}(H - \rho)) 0,5 + r^2};$$

$$S_4 = \sqrt{(C + \rho)^2 (1 + \text{sign}(C + \rho)) 0,5 + r^2},$$

где C, H, r, ρ – значения C_3, H_3, r_3, ρ_3 , умноженные на постоянную величину

$$\mu \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} b.$$

$$\dot{P}_1 = \frac{E \left((Q_2 - Q_1 - \dot{X}_p S_p) (V_0 + S_p X_p) - S_p \dot{X}_p (V_2 - V_1 - S_p X_p) \right)}{(V_0 + S_p X_p)^2};$$

$$\dot{P}_2 = \frac{E \left((Q_3 - Q_4 + \dot{X}_p S_p) (V_0 - S_p X_p) + S_p \dot{X}_p (V_3 - V_4 + S_p X_p) \right)}{(V_0 - S_p X_p)^2}.$$

Начальные условия для давлений в полостях гидроцилиндра могут быть приняты в соответствии с выражением [4]

$$P_{01} = P_{02} = \frac{P_0}{1 + \left(\frac{C}{H}\right)^2}.$$

Вычисление давлений рабочей жидкости в полостях гидроцилиндра

Разница давлений в полостях гидроцилиндра, умноженная на площадь поршня, является основной движущей и управляющей силой в силовом тракте гидропривод – масса нагрузки. Направление этой силы может как совпадать с направлением движения, так и быть против движения, если нужно сдерживать действие внешних сил.

Приращения давлений в полостях гидроцилиндра пропорциональны модулю упругости жидкости E и отношению избыточных объемов жидкости, поступившей в полости гидроцилиндра, к текущим значениям геометрических объемов этих полостей:

$$\Delta P_1 = E \frac{V_2 - V_1 - (V_0 + X_p S_p)}{V_0 + X_p S_p};$$

$$\Delta P_2 = E \frac{V_3 - V_4 - (V_0 + X_p S_p)}{V_0 + X_p S_p},$$

где V_1, V_2, V_3, V_4 – объемы жидкости, прошедшие через рабочие щели золотника, (интегралы от расходов Q_1, Q_2, Q_3, Q_4); V_0 – геометрический объем полостей гидроцилиндра при нейтральном положении поршня; X_p – перемещение поршня (штока); S_p – площадь поршня.

Процедура вычисления давлений в полостях более устойчива к погрешностям численного интегрирования и, соответственно, менее критична к шагу интегрирования, если использовать выражения для производных давлений

Уравнения силового тракта гидропривод – нагрузка

Движение привода и управляющего органа происходит при силовом взаимодействии двух масс: массы привода и массы управляющего органа. Передача усилий

между ними происходит за счет деформации «пружин» жесткости рабочей жидкости и конструктивной жесткости мест крепления привода.

Масса привода состоит из массы поршня и штока с некоторой присоединенной массой управляющего органа и массы гидроцилиндра с некоторой присоединенной массой конструкции опоры привода на корпусе ступени. Так как эти массы, как правило, на порядок меньше перемещаемой массы нагрузки, без заметной погрешности можно представить их в виде одной, приведенной к штоку привода, а конструктивные жесткости двух опор привода – к одной жесткости между штоком и нагрузкой (см. рис. 1).

При этих достаточно корректных допущениях уравнения движения штока и нагрузки можно записать в виде

$$\ddot{X}_n = \frac{(P_1 - P_2)S_p - C_{kp}(X_n - X)}{m_n};$$

$$\ddot{X} = \frac{C_{kp}(X_n - X) - F_H}{m};$$

$$F_H = k_n X + F_{ac} + F_{disc} + F_{mp} + F(\dot{\psi}, \ddot{z}, \ddot{q}),$$

где X_n – перемещение штока привода; X – перемещение нагрузки; m_n – масса привода; m – масса нагрузки; F_H – внешняя сила нагрузки на управляющий орган; k_n – коэффициент позиционной силы; F_{ac} – сила от асимметрии тяги; F_{disc} – сила от весового дисбаланса; F_{mp} – сила сухого трения; $F(\dot{\psi}, \ddot{z}, \ddot{q})$ – силы за счет линейных и угловых ускорений «твердой» ракеты и упругих колебаний корпуса ракеты.

Следует обратить внимание на корректное вычисление силы трения, особенно когда ее доля высока в суммарной нагрузке. Часто используемая формула

$$F_{mp} = F_{mp\max} \text{sign } \dot{x}$$

может в некоторых расчетных ситуациях привести к появлению ложных автоколебаний привода, обусловленных скачкообразным изменением силы трения при перемене знака скорости.

В действительности в районе очень малых знакопеременных скоростей перемещения нагрузки сила трения может принимать любые промежуточные значения в диапазоне от $-F_{mp}^{\max}$ до $+F_{mp}^{\max}$ и вычислять ее следует по более сложной зависимости:

$$F_{mp} = \begin{cases} F_{mp}^{\max} \frac{\dot{X}}{\Delta}, & \text{если } |\dot{X}| < \Delta; \\ F_{mp}^{\max} \text{sign } \dot{X}, & \text{если } |\dot{X}| \geq \Delta, \end{cases}$$

где Δ – зона линейного изменения силы трения, малая величина.

Уравнения управляющего тракта

Под управляющим трактом в данном случае подразумеваются датчик обратной связи, электронный усилитель разностного сигнала и МЭП, преобразующий управляющий ток в пропорциональное перемещение золотника.

С учетом постоянной времени преобразования управляющего тока в перемещение золотника силового каскада уравнения управляющего тракта можно записать как

$$i_y = K_{oc}(x_k - x);$$

$$T_3 \dot{\rho}_3 + \rho_3 = i_y k_\rho,$$

где K_{oc} – коэффициент обратной связи, мА/см; x_k – сигнал команды, см; x – отклонение управляющего органа, приведенное к штоку привода, см; T_3 – постоянная времени тракта МЭП – золотник; ρ_3 – перемещение золотника; k_ρ – коэффициент пропорциональности.

Управляющий ток или перемещение золотника в этих уравнениях ограничиваются по модулю своими максимальными значениями. Если при максимальном токе не достигается предельное значение перемещения золотника, то нужно ограничивать ток, и, наоборот, если отклонение золотника достигает максимального значения при значении тока ниже максимального, ограничивается максимальное перемещение золотника.

Уравнения управляющего тракта замыкают систему, и привод с усилителем и обратной связью становится сервоприводом.

Статические и динамические характеристики гидропривода

Полная математическая модель гидропривода, представленная выше, позволяет на стадии проектирования рассчитать с хорошей точностью все основные характеристики будущего привода – как статические, так и динамические [4]. Ниже приведены основные нормированные характеристики гидропривода, полученные из полной математической модели.

Силовая характеристика

Силовая характеристика выражает зависимость перепада давления на поршне гидроцилиндра (или усилия на штоке) от перемещения золотника силового каскада при неподвижном поршне

$$\Delta P = \frac{S_2^2 S_4^2 - S_1^2 S_3^2}{(S_1^2 + S_2^2)(S_3^2 + S_4^2)} (P_0 - P_C).$$

Множитель перед разностью давлений фактически представляет собой нормированную силовую характеристику гидропривода.

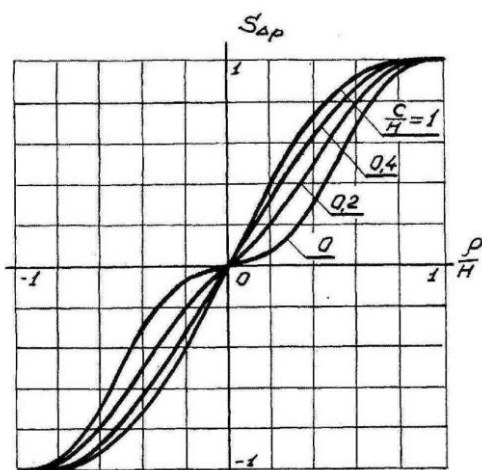


Рис. 2. Сетка нормированных силовых характеристик привода

На рис. 2 представлена сетка нормированных силовых характеристик гидропривода, построенная для различных сочетаний начальных осевых зазоров C/H и при радиальном зазоре золотника $r_3 \sim 0$.

Сетка силовых характеристик позволяет оценить чувствительность проектируемого привода в зависимости от значения и соотношения начальных осевых зазоров, что важно при большой доле сухого трения в нагрузке.

Скоростная характеристика холостого хода

Скоростная характеристика холостого хода рассчитывается по формуле

$$\dot{X} = \frac{S_{\dot{X}}}{S_{\Pi}} \sqrt{P_0 - P_C},$$

где $S_{\dot{X}} = \frac{S_2 S_4 - S_1 S_3}{\sqrt{(S_2 + S_3)^2 + (S_1 + S_4)^2}}$ – нормированная скоростная характеристика; S_{Π} – площадь поршня.

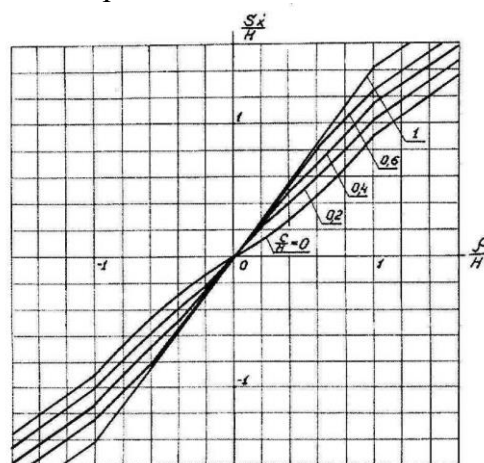


Рис. 3. Сетка нормированных скоростных характеристик привода

Поведение кривых скоростных характеристик (рис. 3) показывает, что наличие начальных зазоров в золотниках увеличивает примерно в 1,5-2 раза крутизну скоростной характеристики в районе малых открытий золотника ($\rho < H$) по сравнению с участками, где $\rho > H$.

Механические характеристики гидропривода

Сетка механических характеристик, выражающая зависимость установившейся скорости привода от нагрузки, при фиксированных открытиях золотника несет в себе информацию о скоростных и моментных характеристиках привода и таким образом наиболее полно отражает его свойства.

Пользуясь полными уравнениями привода, можно построить сетки нормированных механических характеристик гидропривода.

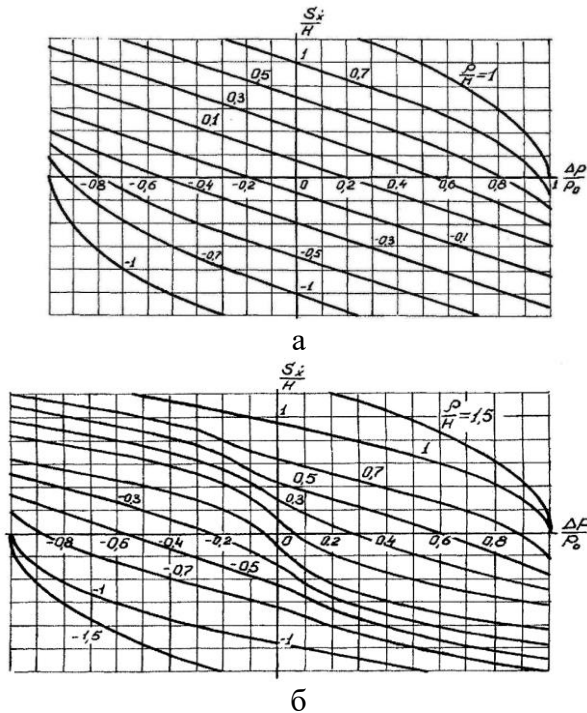


Рис. 4. Сетки нормированных механических характеристик привода при различных сочетаниях начальных осевых зазоров: а) $c/n = 1$; б) $c/n = 0,2$

$$\text{где } S_d = \frac{1}{2} \frac{[(S_2 + S_3)S_2 + (S_1 + S_4)S_1][[(S_1 + S_4)S_4 + (S_2 + S_3)S_3]}{(S_1 + S_4)(S_2 + S_3)\sqrt{(S_2 + S_3)^2 + (S_1 + S_4)^2}}, S_d - \text{демпфирующая про}$$

водимость золотника; S_n – площадь поршня.

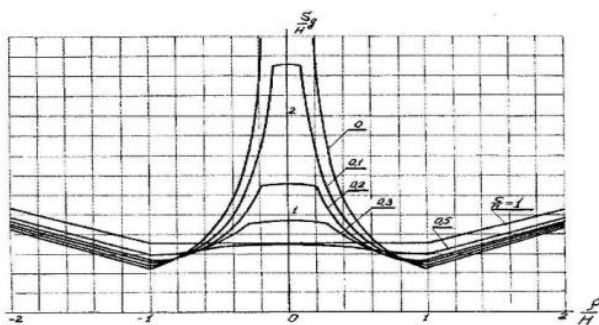


Рис. 5. Сетка нормированных демпфирующих проводимостей

Сетка нормированных демпфирующих проводимостей (рис. 5) позволяет на стадии проектирования привода определить (для выбранных значений и соотношений осевых зазоров золотника) коэффициент K_n и с приемлемой точностью оценить запасы устойчивости и декремент затухания колебаний в

При отсутствии начальных осевых зазоров $C=0, H=0$ («отсечный» золотник) наклон механической характеристики – коэффициент K_n – при уменьшении уровня входного сигнала стремится к нулю, следовательно, стремятся к нулю запасы устойчивости и демпфирование в приводе.

Введение начальных осевых зазоров деформирует сетку механических характеристик таким образом, что при уменьшении управляющих сигналов величина K_n стабилизируется (рис. 4, а) или увеличивается (рис. 4, б), повышая устойчивость и демпфирование в контуре сервопривода.

Коэффициент наклона механической характеристики

Важнейшую характеристику привода, определяющую запасы устойчивости и демпфирование в замкнутом контуре сервопривода, коэффициент K_n , можно также рассчитать аналитически по формуле

$$K_n = \frac{S_d}{S_{II}^2 \sqrt{P_0 - P_C}},$$

замкнутом контуре сервопривода [1]:

$$K_{кр} = K_n C_{жс};$$

$$\xi \approx 0,5 m \omega_{\Sigma} \left(K_n - \frac{K}{C_{жс}} \right),$$

где $K_{кр}$ – критический круговой коэффициент усиления в контуре сервопривода; K – круговой коэффициент усиления контура ($K = K_V K_{oc}$); ξ – декремент затухания колебаний; ω_{Σ} – собственная частота упругой подвески нагрузки ($\omega_{\Sigma} = \sqrt{\frac{C_{\Sigma}}{m}}$).

Для оценки запасов устойчивости ($K_{кр}$) нужно применять минимальные значения коэффициента K_n , а для оценки декремента ξ – значения, близкие к максимальным (рис. 5).

Из приведенных выше характеристик видно, что оптимальными соотношениями начальных осевых зазоров на рабочих щелях золотника являются соотношения из диапазона $c/h = 0,1 - 0,2$.

Эксперименты и расчеты

На рис. 6 представлены осциллограммы физических процессов отработки приводами качающейся головной части межконтинентальной баллистической ракеты импульсного воздействия для двух вариантов исполнения золотников силового каскада ($H_3 = 150$ и $C_3 = 30$ мкм; $H_3 = 230$ и $C_3 = 30$ мкм).

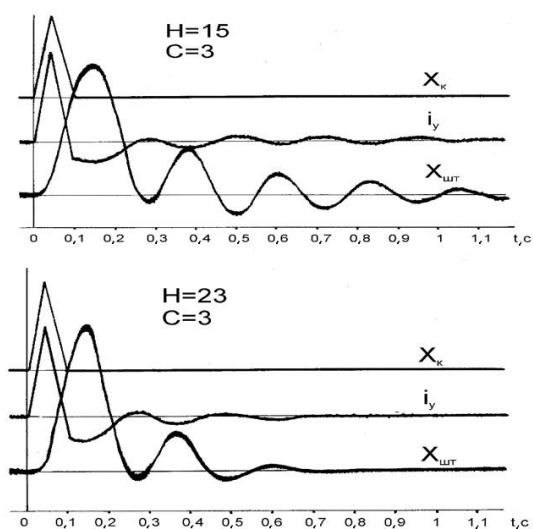


Рис. 6. Осциллограммы эксперимента по отработке импульсного сигнала

Частота упругой подвески головной части $\omega_{\Sigma} \approx 5$ Гц, масса головной части, приведенная к штоку привода, $m = 12 \frac{\text{кгс} \cdot \text{с}^2}{\text{см}}$ ($G \approx 12$ Т).

На рис. 7 представлены процессы отработки такого же импульсного сигнала, полученные расчетным путем с применением полной математической модели гидравлического сервопривода.

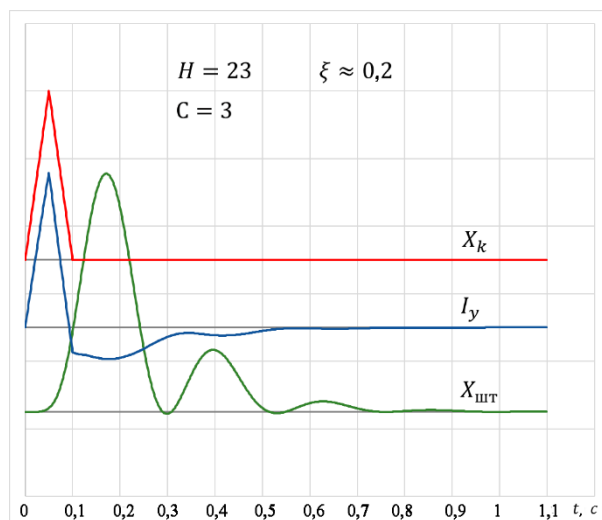
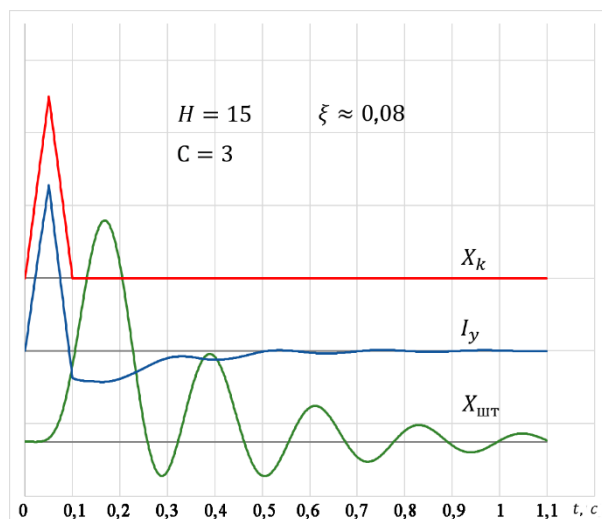


Рис. 7. Расчетные процессы отработки импульсного сигнала

Сравнение экспериментальной и расчетной реакции сервопривода на импульсный сигнал подтверждает корректность и высокую точность полной математической модели для расчетов динамического поведения гидравлических сервоприводов.

Для приводов межконтинентальной баллистической ракеты с качающейся головной частью и приводов маршевых двигателей первой ступени РН «Зенит» было проведено также сравнение статических характеристик гидроприводов, снятых экспериментально, и характеристик, полученных расчетным путем.

Точность совпадения данных характеристик соответствует точности изготовления материальной части и точности регистрирующей аппаратуры.

Выводы

1. Для расчетов управляемости «твердой» ракеты, определения потребных скоростных характеристик приводов и расчетов максимальных нагрузок на приводы со стороны управляющих органов должны применяться упрощенные математические модели гидравлических приводов с ограничением максимальной скорости (1), (2).

Данные упрощенные модели, как показывает многолетняя практика их использования, дают результаты, практически совпадающие с результатами летных испытаний и с расчетами, полученными с более сложными математическими моделями.

2. Для теоретических расчетов областей устойчивости объектов управления, оценки запасов устойчивости и степени демпфирования в самом сервоприводе хорошие результаты дает применение линеаризованной математической модели гидравлического сервопривода (3), в которой учтены сжимаемость рабочей жидкости, конструктивная жесткость силового тракта, а также массово-инерционные характеристики нагрузки.

Необходимым условием применения данной модели является корректное определение коэффициента наклона механической характеристики K_n в области малых уровней управляющего сигнала. Данный коэффициент полностью определяется размерами и соотношениями начальных осевых зазоров в силовом каскаде золотника [4].

3. Полная математическая модель гидравлического сервопривода, построенная на базе точного расчета баланса расходов жидкости через рабочие щели золотника, является универсальной моделью, которая дает корректные результаты как при расчетах управляемости «твердой» ракеты, так и при использовании в ее составе полной динамической схемы при «чистовом» моделировании полета.

Использование данной математической модели в комплексных стендах для обработки алгоритмов и приборов систем управления ракет позволяет полностью отказаться от применения в их составе сложных, громоздких и дорогостоящих нагрузочных стендов, станций гидропитания и штатных приводов. При этом точность моделирования с использованием полной математической модели выше, чем при моделировании с применением нагрузочных стендов, так как в полной модели учитывается связь упругих колебаний корпуса ракеты с упругой подвеской управляющих органов, которую невозможно воспроизвести на нагрузочных стендах.

Полная математическая модель также позволяет на стадии проектирования приводов теоретически определить все основные статические и динамические характеристики будущего привода и выбрать его оптимальные параметры.

Корректность данной модели подтверждена многочисленными экспериментами и летными испытаниями ракет.

Список использованной литературы

1. Динамика гидропривода / под ред. В. Н. Прокофьева. М., 1972. 292 с.
2. Гамынин Н. С. Гидравлический привод систем управления. М., 1972. 376 с.
3. Чупраков Ю. И. Гидропривод и средства гидроавтоматики. М., 1979. 232 с.
4. Козак Л. Р. Геометрия золотника и динамические характеристики гидропривода / *Вісн. ДНУ*. Вип. 13, Т. 1. 2009.

Статья поступила 11.07.2019