

М. Т. Лисенко, В. В. Рогулін, А. В. Демченко, І. Б. Безкровний, Р. В. Кальниш

## ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОСТУПАЛЬНИХ І ОБЕРТАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ РДТП У СТАПЕЛІ ПІД ЧАС ВОГНЕВИХ СТЕНДОВИХ ВИПРОБУВАНЬ

Розглянуто результати вогневих стендових випробувань РДТП, який закріплено у стапелі, що забезпечує вимірювання тяги. Показано, що під час виходу двигуна на усталений режим роботи в стапелі можуть виникати плоскі (поступальні і обертальні) коливання РДТП, зумовлені раптовим характером виникнення тяги та зміщенням центра мас коливальної системи від осі двигуна. Ці коливання спровокують вимірювані значення тяги двигуна та характер її зміни у часі. Метою цієї роботи є моделювання коливальних процесів двигуна в стапелі, щоб у спровореніх значеннях вимірювання тяги виділити складові, пов'язані з процесами у двигуні, та складові, що вносять у вимірювання тяги двигуна коливальні процеси в системі «стапель–двигун». Запропоновано модель коливальної системи, яка складається з двох жорстко з'єднаних між собою тіл, що утримуються пружними зв'язками, які дозволяють їм поступальний і обертальний рух, обмежений жорсткістю зазначених зв'язків. Створено математичну модель коливальної системи. Визначено внутрішні сили та моменти, які діють у коливальній системі. Запропоновано методику числового моделювання плоских коливань у рамках зазначененої моделі. Проведено моделювання плоского коливального руху та кривої сили пружності (кривої показань датчика сили) в тяговимірювальній системі за різних випадків вигляду кривої тяги двигуна та значень параметрів коливальної системи. Змодельовано явище резонансу та встановлено взаємний вплив пружного параметричного зв'язку між поступальними і обертаальними коливаннями. З'ясовано вплив жорсткості тяговимірювальної системи на амплітудні значення показань датчика сили. Проведено моделювання коливань сили пружності в тяговимірювальній системі з параметрами коливальної системи та варіантом зміни в часі тяги, які були реалізовані під час вогневих стендових випробувань одного з РДТП. Показано, що зазначені результати моделювання відтворюють за характером і значеннями результатами вимірювання тяги датчиком сили під час вогневих стендових випробувань, як наслідок, зроблено висновок про те, що параметри коливального процесу, прийняті в моделі, відповідають реальним. Зроблено висновок про те, що зазначене моделювання сприяє об'єктивній інтерпретації кривої тяги, проведенню достовірного й повного аналізу роботи двигуна під час вогневих стендових випробувань, детальнішому та точнішому проектуванню стапеля.

**Ключові слова:** коливальна система, плоскі коливання, поступальні коливання, обертальні коливання, резонанс, вимірювання тяги.

*This article dwells on results of firing bench testing of the solid-propellant rocket engine (SPRE), fastened to the thrust-measuring assembly stand. It is shown that when engine enters the steady-state mode of operation, plane (forward and rotation) vibrations of the SPRE can take place in the assembly stand due to the sudden pattern of thrust generation and displacement of the center of mass of the vibrating system from the engine axis. These vibrations distort measured values of engine thrust and pattern of its change versus time. The purpose of this work is to simulate the oscillating processes of the engine atop the assembly stand to single out in the distorted values of the measured thrust the components related to the processes in the engine and components, which are introduced into the thrust measurement by the oscillating processes in the system «assembly stand – engine». Model of vibrating system is suggested, which consists of two rigidly connected bodies, containing elastic links, enabling forward and rotary motion and limited by the rigidity of the links. Mathematical model of the vibrating system is developed. Internal forces and moments acting in oscillatory system are defined. Method of numerical simulation of plane vibrations within the limits of the developed model is suggested. Plane vibrating motion and elastic force curve (curve based on force sensor readings) were simulated in thrust-measuring system for different cases of thrust curve and values of vibrating system parameters. Resonance condition was simulated and mutual influence of elastic parametrical link between forward and rotary vibrations was established. Impact of thrust-measuring system rigidity on peak values of force sensor readings was found out. Elastic force vibrations in thrust-measuring system with vibrating system parameters were simulated including variant of thrust change versus time, implemented during firing bench tests of one of the SPRE. It is shown that registered simulation results recreate thrust measurement results in pattern and values obtained by the force sensor during the firing bench tests, and owing to this, it was concluded that oscillating process parameters, assumed in the model, meet the actual ones. It is concluded that simulation provides objective interpretation of the thrust curve, reliable and comprehensive analysis of engine run during firing bench tests, more detailed and exact design of the assembly stand.*

**Keywords:** vibrating system, plane vibrations, forward vibrations, rotary vibrations, resonance, thrust measurement.

## Вступ

Стапель (рис. 1) утримує двигун під час проведення вогневих стендових випробувань (ВСВ) та забезпечує вимірювання тяги двигуна.

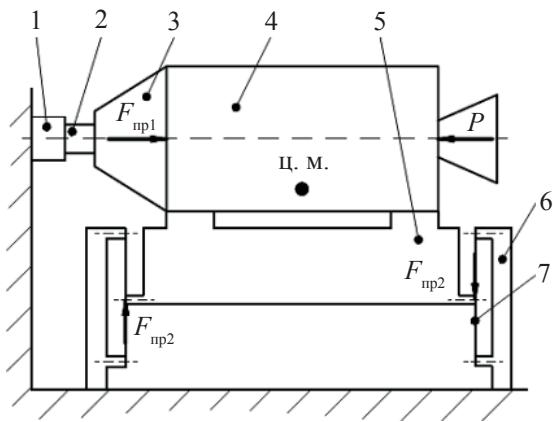


Рис. 1. Схема стапеля:

- 1 – стендовий упор; 2 – датчик сили;
- 3 – переходна рама; 4 – двигун; 5 – платформа;
- 6 – станина; 7 – стрічка

Двигун жорстко закріплений на платформі 5, яка за допомогою двох гнучких сталевих стрічок 7 з'єднана зі станиною 6.

Вимірюють тягу за допомогою датчика сили 2, з'єднаного з іншими елементами тяговимірювальної системи (ТВС) – стендовим упором 1 і перехідною рамою 3.

Конструкція стапеля забезпечує безперешкодні малі переміщення двигуна в напрямку дії тяги [1], які обмежені пружністю елементів ТВС.

На усталених проміжках роботи двигуна його силу тяги (тягу)  $P$  зрівноважено силою пружності  $F_{\text{пр}}$ , яка виникає в елементах ТВС. Оскільки сила пружності є однаковою для всіх елементів ТВС, то сила пружності, що виникає в датчику сили, дорівнює силі тяги, і тому на практиці прийнято вважати показання датчика сили за тягу двигуна.

## Поставлення завдання

Під час виходу двигуна на усталений режим роботи тяга за малий проміжок часу (майже миттєво) зростає від нуля до певного істотного значення, двигун розпочинає прискорений рух у бік стендового упора, виникає деформація елементів ТВС і відповідна їй сила пружності.

Оскільки спільнний центр мас (ц. м.) рухомих тіл зміщений вниз від осі двигуна (напряму вектора тяги), то на них, крім сили тяги, діє момент, що створюється цією силою, і вся система тіл здійснює складний рух, який можна розкласти на поступальний – центра мас і обертальний – навколо центра мас.

Під час руху в елементах ТВС і стрічках підвісу стапеля виникають сили пружності, пропорційні їхнім деформаціям і силам опору.

У будь-який момент часу двигун і зв'язані з ним елементи стапеля рухаються під дією тяги, сил пружності й опору, а також під дією моментів, що створюють ці сили відносно ц. м. Під дією вищезазначених сил і моментів у системі «стапель–двигун» виникають згасаючі коливання, які розглядаємо як поступальні – центра мас і обертальні – навколо центра мас.

Коливання двигуна в стапелі спричиняють коливання сили пружності в ТВС. За цих умов змінна у часі сила пружності в датчику сили, що вимірюється під час ВСВ та інтерпретується як тяга двигуна, цілком очевидно не відповідає тязі у фізичному розумінні [2]. Динаміка коливань двигуна в стапелі залежить від властивостей коливальної системи та динаміки процесів запуску двигуна [3].

Отже, для визначення тяги двигуна під час запуску вимірювання сили пружності в датчику сили необхідно пов'язати динаміку коливань двигуна в стапелі з динамікою його тяги та властивостями коливальної системи.

## Модель руху системи

Розглянемо модель, показану на рис. 2.

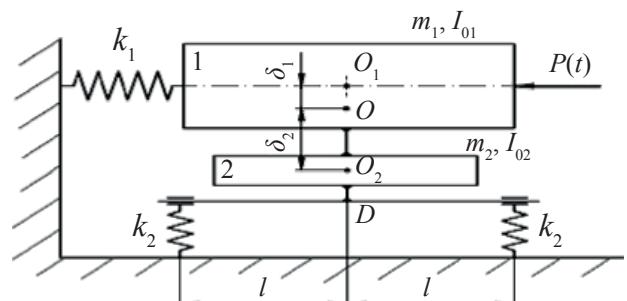


Рис. 2. Модель системи

Зазначена модель складається з тіла 1 (двигун з навісними елементами) та тіла 2 (рухома платформа й елементи кріплення двигуна), які жорстко з'єднані між собою й утримуються пружними зв'язками, що мають жорсткості  $k_1$  і  $k_2$ .

Тіла 1 і 2 мають спільний центр мас, розміщений у точці  $O$ , маси  $m_1$ ,  $m_2$  та відповідно моменти інерції  $I_{01}$ ,  $I_{02}$  відносно осей, які проходять через їхні власні центри мас  $O_1$ ,  $O_2$  та перпендикулярні осі двигуна. Пружний зв'язок тіла 1 дозволяє йому поступальний рух уздовж осі двигуна та безперешкодний поворот навколо  $O_1$ .

Пружні зв'язки тіла 2 (стрічки) дозволяють йому поворот відносно точки  $D$  (центр стрічкового підвісу стапеля) та безперешкодний поступальний рух паралельно осі двигуна.

Для описання руху системи необхідно скористатися законом тяги  $P(t)$ , визначити сили пружності  $F_1$  і  $F_2$ , що виникають у зв'язках, які мають жорсткості  $k_1$  та  $k_2$ , внаслідок руху тіл 1 та 2, а також задатися силами опору  $R_1$  та  $R_2$ , що завжди супроводжують механічний рух (рис. 3).

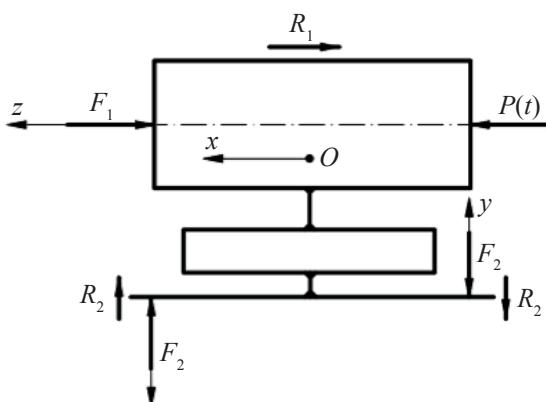


Рис. 3. Схема сил, які діють у системі

Рівнодійна сила тяги, пружності й опору надає ц. м. системи лінійне прискорення

$$a_x = \frac{\sum F_i}{m_1 + m_2}, \quad (1)$$

та навколо ц. м. кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{\sum M_i}{I_1 + I_2}, \quad (2)$$

де  $I_1 = I_{01} + m_1 \delta_1^2$ ;  $I_2 = I_{02} + m_2 \delta_2^2$  – моменти інерції тіл 1 і 2 відповідно відносно осі, що проходить через ц. м. та перпендикулярна  $x$ .

Рівняння (1) і (2) виражают математичну модель руху системи. Розв'язувати зазначені рівняння будемо шляхом числового комп'ютерного моделювання у середовищі табличного процесора Microsoft Excel, який має зручний інтерфейс і широкі графічні можливості відбиття результатів моделювання.

Розглянемо зміщення системи, спричинене дією змінної в часі сили тяги  $P(t)$ , яке показано схематично на рис. 4. Під дією сили тяги ц. м. з положення рівноваги в точці  $O$  зміщується в напрямку осі  $x$ , що паралельна осі двигуна, в точку  $O'$ , а вся система, яку зображені точками  $O_1$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $D$  – відповідно в точки  $O'_1$ ,  $A'_1$ ,  $B'_1$ ,  $D'_1$ . Момент, який створює сила тяги відносно ц. м., повертає систему відносно  $O'$  на кут  $\varphi$ , а точки  $O'_1$ ,  $A'_1$ ,  $B'_1$ ,  $D'_1$  змістяться в точки  $O''_1$ ,  $A''_1$ ,  $B''_1$ ,  $D''_1$ . Оскільки зміщення системи обмежені деформаціями пружних елементів, то кут повороту  $\varphi \approx 0$ , і тому беремо, що переміщення  $O'_1O''_1$  та  $D'D''_1$  відбуваються по осі  $x$ , а їхні довжини такі, що дорівнюють довжинам відповідних дуг. Оскільки  $\varphi \approx 0$ , беремо, що зміщення  $AA''$  ( $BB''$ ) відбувається по осі  $y$  та дорівнює довжині дуги  $AA''$  ( $BB''$ ) з умовним центром в  $D''_1$ .

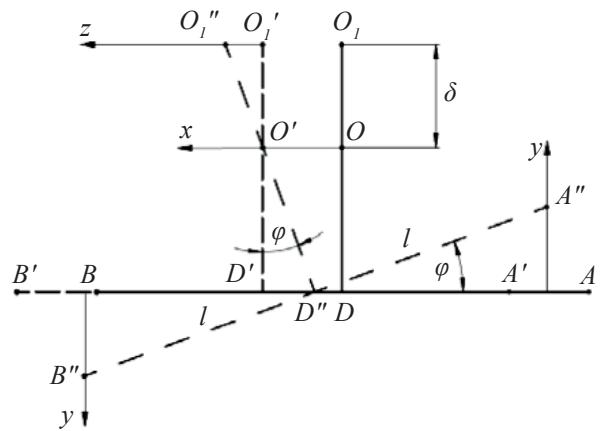


Рис. 4. Схема зміщення системи

### Визначення сил і моментів, які діють у системі

Сили пружності, які виникають в елементах стапеля, пропорційні їхнім деформаціям. Сила пружності в ТВС має вигляд

$$F_1 = -k_1(x + z),$$

де  $k_1$  – жорсткість ТВС;

$x = OO'$  – переміщення ц. м.;

$z = O'_1O''_1 = \delta_1\varphi$  – переміщення центра мас тіла 1 відносно загального ц. м. внаслідок повороту на кут  $\varphi$ .

Силу пружності, що виникає в стрічковому підвісі, записуємо як

$$F_2 = -k_2y$$

де  $y = l\varphi$  – переміщення точки A (B);

$k_2$  – жорсткість стрічкового підвісу.

Сили опору руху, що виникають у пружних сталевих коливальних системах, задовільно описує модель в'язкого тертя, відповідно до якої вони пропорційні швидкості та протилежні їй. Записуємо вирази для сил тертя:

$R_1 = -n_1v_x$  – сила тертя в ТВС,

де  $n_1$  – коефіцієнт в'язкого тертя в ТВС;

$v_x$  – швидкість ц. м. уздовж осі x.

$R_2 = -n_2v_y$  – сила тертя в підвісі,

де  $n_2$  – коефіцієнт в'язкого тертя в підвісі;

$v_y$  – швидкість точки A (B) уздовж осі y.

Моменти, які створюють зазначені вище сили, записуємо в такому вигляді:

$M_p = P(t)\delta_1$  – від сили тяги;

$M_1 = F_1\delta_1$  – від сили пружності ТВС;

$M_2 = 2F_2l$  – від сили пружності підвісу;

$M_3 = R_1\delta_1$  – від сили тертя в ТВС;

$M_4 = 2R_2l$  – від сили тертя в підвісі.

## Числове моделювання

Для проведення обчислень спочатку необхідно задати параметри коливальної системи  $m_1, m_2, k_1, k_2, I_{01}, I_{02}, \delta_1, \delta_2, n_1, n_2$  і  $l$ , а також початкові умови руху  $x_0, y_0, z_0, \varphi_0, v_{x0}, v_{y0}$  та  $\omega_0$ , ураховуючи, що  $\omega_0 = v_{x0}/\delta_1$ ;  $v_{y0} = l\omega_0$ , а  $x_0 = 0; y_0 = 0; z_0 = 0; \varphi_0 = 0$ , тому що спочатку система перебуває в положенні рівноваги, яке збігається з початком відліку. Значення початкових лінійної  $v_{x0}$  та кутової  $\omega_0$  швидкостей залежать від імпульсу, пов'язаного з вильотом соплової заглушки двигуна, наявності початкових зазорів у ТВС та інших особливостей запуску двигуна.

Початкове лінійне прискорення ц. м. знаходимо за формулою

$$a_{x0} = \frac{P_0}{m_1 + m_2},$$

де  $P_0$  – початкове значення тяги.

Початкове кутове прискорення системи навколо ц. м. знаходимо за формулою

$$\varepsilon_0 = \frac{P_0\delta_1}{I_1 + I_2}.$$

Обчислення на першому кроці (проміжку) виконуємо в такій послідовності:

$$a_{x1} = \frac{P_0 - k_1(x_0 + z_0) - n_1v_0}{m_1 + m_2} – \text{прискорення};$$

$v_{x1} = v_{x0} + a_{x1}\Delta t$  – швидкість;

$x_1 = x_0 + v_{x1}\Delta t$  – переміщення;

$$\varepsilon_1 = \frac{(P_0 - k_1(x_0 + z_0) - n_1v_0)\delta_1 - 2(k_2y_0 + n_2v_{y0})l}{I_1 + I_2} –$$

кутове прискорення;

$\omega_1 = \omega_0 + \varepsilon_1\Delta t$  – кутова швидкість;

$\varphi_1 = \varphi_0 + \omega_1\Delta t$  – кут повороту;

$y_1 = l\varphi_1$  – розтяг стрічок;

$v_{y1} = l\omega_1$  – швидкість;

$z_1 = \delta_1\varphi_1$  – осьове переміщення внаслідок повороту.

Для другого та наступних проміжків руху обчислення проводимо аналогічно, а відповідні формулі мають такий вигляд:

$$a_{x(i+1)} = \frac{P_i - k_1(x_i + z_i) - n_1v_{xi}}{m_1 + m_2};$$

$v_{xi} = v_{i-1} + a_i t;$

$x_i = x_{i-1} + v_{xi}\Delta t;$

$$\varepsilon_{i+1} = \frac{(P_i - k_i(x_i + z_i) - n_1v_{xi})\delta_1 - 2(k_2y_i + n_2v_{yi})l}{I_1 + I_2};$$

$\omega_i = \omega_{i-1} + \varepsilon_i\Delta t;$

$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \omega_i\Delta t;$

$y_i = l\varphi_i$

$v_{yi} = l\omega_i$ ;

$z_i = \delta_i\varphi_i$ .

Значення часу в кінці кожного проміжку руху знаходимо як

$$t_i = t_{i-1} + \Delta t,$$

де  $\Delta t$  – крок часу для проміжків руху, який беремо в розрахунках.

Моделювання проведено в середовищі табличного процесора Microsoft Excel, що дає можливість відбивати результати розрахунків у зручному для використання графічному вигляді.

Загальний вигляд кривих моделювання (рис. 5) залежить від значень параметрів коливальної системи, початкових умов руху, зумовлених конструктивними особливостями стапеля та закріплення двигуна, а також від процесів запуску двигуна (спрацювання запальника, горіння заряду, виліт соплової заглушки та ін.).

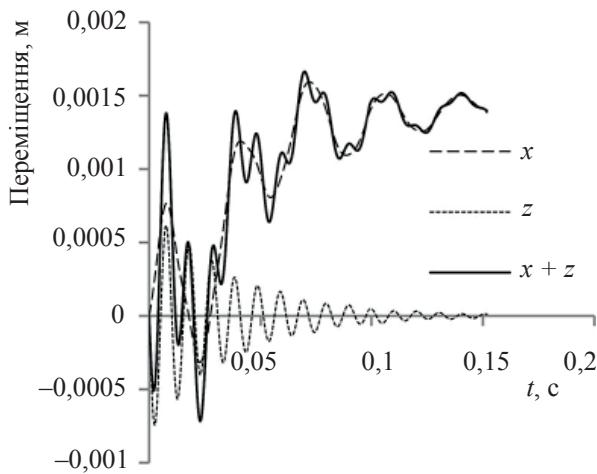


Рис. 5. Загальний вигляд кривих моделювання коливань двигуна

### Моделювання поведінки коливальної системи за різних умов

Після ВСВ на будь-якому етапі відпрацювання двигуна дуже важливо об'єктивно інтерпретувати результати вимірювань.

Особливо ретельно необхідно аналізувати коливальні процеси двигуна в стапелі з тією метою, щоб у заплутаному деформуванні датчика сили виділити складові, пов'язані з процесами у двигуні, та складові, які вносять у вимірювання коливальними процесами в системі «стапель–двигун». З цією метою промоделюємо криві сили пружності в ТВС за умов реалізації різного характеру зміни тяги двигуна, наявності початкового імпульсу двигуна, спричиненого вильотом соплової заглушки та (або) наявністю початкових механічних зазорів у ТВС, а також за умов різних значень жорсткості в ТВС. Розглянемо декілька принципово важливих випадків.

Перший випадок. Нехай під час запуску двигун має не нульове значення початкової тяги, яка спочатку швидко зростає, а потім виходить на певний рівень, одночасно відб-

увається пульсація тяги в деяких межах з частотою, яка дорівнює частоті поступальних коливань двигуна в стапелі. Початковим імпульсом двигуна нехтуємо. На рис. 6 видно, що засталої амплітуди пульсації тяги, амплітуда сили пружності нарощає в часі – резонанс.

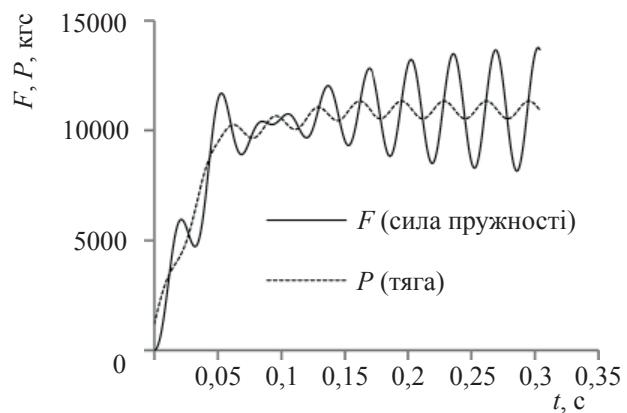


Рис. 6. Перший випадок – частота пульсації тяги дорівнює частоті поступальних коливань (резонанс)

Другий випадок. Нехай під час запуску двигуна та виходу його на режим реалізовані такі ж умови, як у першому випадку за тієї різниці, що частота пульсації тяги дорівнює частоті обертальних коливань. На рис. 7 видно, що засталої амплітуди пульсації тяги амплітуда сили пружності в ТВС згасає у часі, незважаючи на умови, створені для явища резонансу. Отже, система «чутлива» до резонансу коливань поступальних та «не чутлива» до обертальних.

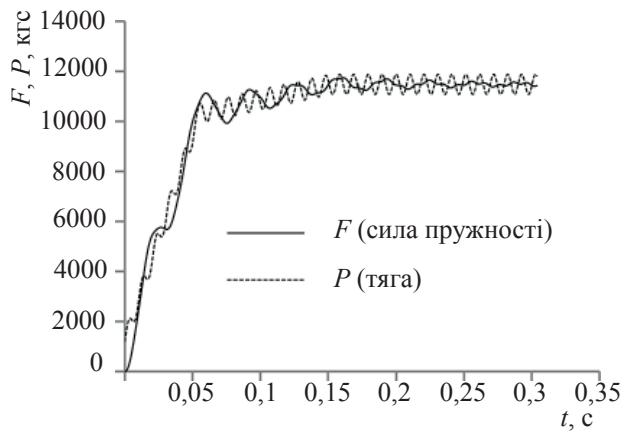


Рис. 7. Другий випадок – частота пульсації тяги дорівнює частоті обертальних коливань

Третій випадок. Нехай під час запуску двигун має не нульове значення початкової тяги, яка спочатку швидко зростає, а потім виходить на певний рівень (рис. 8) за умови, що збільшенням жорсткості ТВС добиваємося рівності частот поступальних і обертальних коливань. Початковим імпульсом двигуна нехтуємо. На рис. 9 видно, що в ТВС виникають згасаючі коливання сили пружності, незважаючи на створені в системі умови параметричного резонансу (рівність частот і наявність параметричного зв'язку поступальних і обертальних коливань через параметр  $z$ ). У цьому випадку резонанс відсутній, оскільки відсутні пульсації тяги, але наявність пружного параметричного зв'язку між поступальними й обертальними коливаннями зумовлює повільніше згасання коливань, ніж у попередньому випадку.

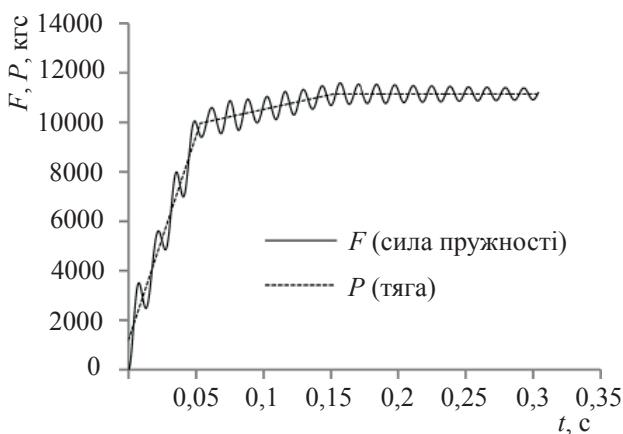


Рис. 8. Третій випадок – рівність частот поступальних і обертальних коливань

Четвертий випадок. Нехай під час запуску двигуна та виходу його на режим реалізовані такі ж умови, як у третьому випадку за тієї різниці, що двигун отримав деякий початковий імпульс, можливо, внаслідок вильоту соплової заглушки. На рис. 9 показано, що наявність у двигуна початкового імпульсу, за умови збереження високої жорсткості ТВС, призвела до істотного збільшення амплітуди коливань сили пружності з переходом останньої в область розтягу, що у разі використання датчика сили стиску призведе до часткової втрати значень вимірюваної тяги.

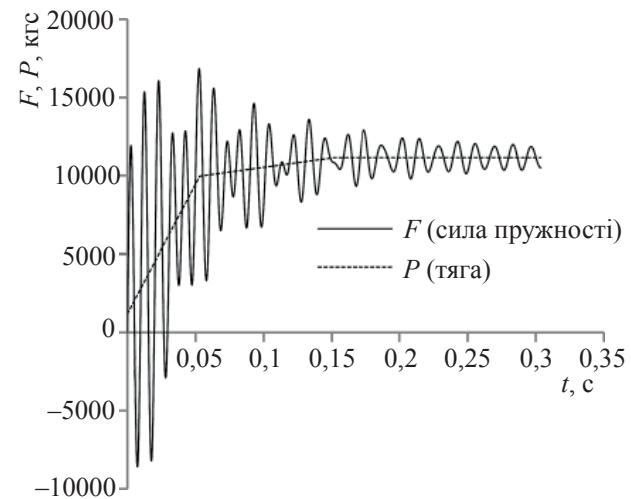


Рис. 9. Четвертий випадок – наявність початкового імпульсу у двигуні

П'ятий випадок. Нехай під час запуску двигуна та виході його на режим реалізовані такі ж умови, як у третьому випадку, за тієї різниці, що зменшенням жорсткості ТВС до рівня, що був прийнятий у першому та другому випадках, зменшуємо власну частоту поступальних коливань та, як наслідок, ліквідуємо умову параметричного резонансу поступальних і обертальних коливань двигуна в стапелі (рис. 10).

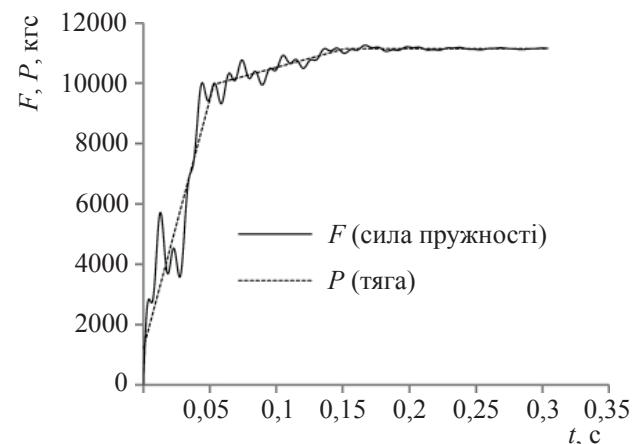


Рис. 10. П'ятий випадок – зниження жорсткості ТВС за наявності початкового імпульсу у двигуна

Видно, що за зниження жорсткості ТВС, в умовах наявності у двигуна початкового імпульсу, відбулося зменшення амплітуди коливань сили пружності, а відсутність зазначененої раніше умови параметричного резонансу призводить до порівняно швидко-го згасання коливань.

## Порівняння кривих моделювання та результатів випробувань

Під час випробувань одного із серійних РДТП, що пройшов тривалий строк експлуатації, з метою зменшення витрат на ВСВ було використано стрічковий стапель, призначений для випробувань іншого двигуна. Через цю та інші причини під час випробувань у конструкції було реалізовано істотне зміщення положення ц. м. коливальної системи відносно осі двигуна та наявність початкового імпульсу двигуна під час запуску. Зазначені умови випробування привели до виникнення у коливальній системі «стапель–двигун» поступальних і обертальних коливань. Криві моделювання тяги двигуна, коливань сили пружності в ТВС і показань датчика тяги, які реєструвалися під час ВСВ зазначеного двигуна, наведено на рис. 11. Ураховуючи те, що для випробувань було використано датчик тяги, який працює на стиск, під час обчислень сили пружності в ТВС від'ємні значення (розтяг) прирівняно до нуля.

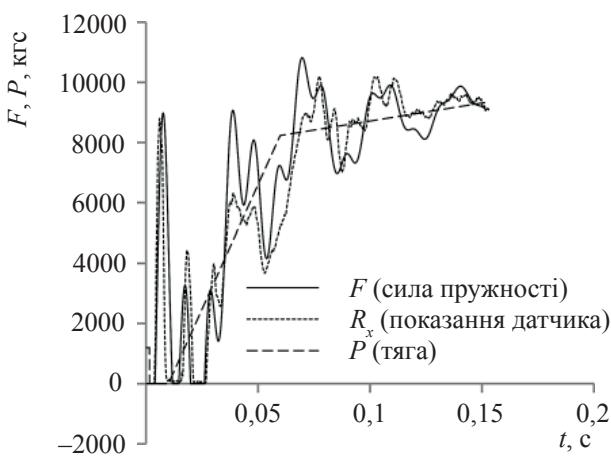


Рис. 11. Криві моделювання результатів випробувань

На графіку видно, що змодельована крива сили пружності в цілому відтворює за характером та значеннями криву показань датчика сили. Отже, і параметри коливального процесу, прийняті в моделі, відповідають реальним.

## Висновки

Запропонована методика дозволяє моделювати плоскі поступальні й обертальні ко-

ливання двигуна в стапелі, що відбуваються під час ВСВ.

У методиці використано просту математичну модель руху тіл, програму Microsoft Excel, що дає можливість відбивати результати розрахунків у зручному для використання графічному вигляді.

Моделювання плоских коливань з допомогою зазначененої чисової методики дозволяє відтворювати криву показань датчика сили ТВС залежно від значень тяги двигуна та їх зміни в часі, що сприяє об'єктивній інтерпретації кривої тяги, проведенню достовірного та повного аналізу роботи двигуна під час ВСВ, детальнішому та точнішому проектуванню стапеля.

Методика дозволяє моделювати явища резонансу в стапелі, оцінити вплив початкового імпульсу двигуна та жорсткості ТВС на криву показань датчика сили.

Результати моделювання коливань сили пружності в ТВС відтворюють реальні вимірювання тяги датчиком сили під час ВСВ. Отже, і параметри коливального процесу, прийняті у моделі, відповідають реальним.

## Список використаної літератури

- Бескровный И. Б., Кириченко А. С., Балицкий И. П. и др. Опыт предприятия по проектированию и эксплуатации стапелей для испытаний РДТТ. Космическая техника. Ракетное вооружение: Сб. науч.-техн. ст. 2008. Вып. 1. Днепропетровск: ГП «КБ «Южное». С. 119–127.

- Лисенко М. Т., Рогулін В. В., Безкровний И. Б., Кальниш Р. В. Моделювання коливань РДТП у стапелі, що виникають під час ВСВ. Космическая техника. Ракетное вооружение: Сб. науч.-техн. ст. 2019. Вып. 1. Днепропетровск: ГП «КБ «Южное».

- Безкровний И. Б., Лисенко М. Т., Гергель В. Г. Коливальні процеси у стапелі в момент виходу РДТП на усталений режим роботи. Космическая техника. Ракетное вооружение: Сб. науч.-техн. ст. 2019. Вып. 1. Днепропетровск: ГП «КБ «Южное».

Стаття надійшла 30.09.2019