

Д-р фіз.-мат. наук Б. Д. Дробенко ORCID.org/0000-0001-7084-1196,
канд. техн. наук Д. В. Клименко ORCID.org/0000-0001-7392-0973,
д-р фіз.-мат. наук Р. М. Кушнір ORCID.org/0000-0003-2749-6846,
д-р фіз.-мат. наук М. В. Марчук ORCID.org/0000-0001-8985-574X,
канд. техн. наук В. М. Сіренко ORCID.org/0000-0002-8152-2358,
В. М. Харченко ORCID.org/0000-0001-6006-6229

МЕТОДОЛОГІЯ ДОСЛІДЖЕННЯ МІЦНОСТІ КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ

Запропоновано методологію дослідження міцності конструкцій і визначення руйнівного навантаження шляхом комп'ютерного моделювання і неруйнівних експериментальних випробувань. В основу розроблення покладено загальні співвідношення пружнопластичності в приростах на основі Лагранжевого підходу із застосуванням принципу віртуальних переміщень з урахуванням геометрично нелінійного характеру деформування конструкції за інтенсивних силових навантажень. Основним методом числового моделювання обрано метод скінченних елементів.

Методологія дослідження міцності конструкції має три етапи. На першому досліджують конструкцію у вигляді просторово двовимірної моделі оболонкового типу. За результатами обчислювального експерименту аналізують отримані значення параметрів напружено-деформованого стану моделі та визначають критичні зони конструкції, які мають максимальні значення цих параметрів. На другому етапі досліджень будують деталізовані тривимірні моделі критичних зон конструкції, які враховують геометричні (у т. ч. фактичні товщини елементів) і фізичні особливості конструкції. До побудованих моделей прикладають граничні умови, значення яких отримані за результатами числових експериментів повнорозмірної оболонкової моделі конструкції. За результатами числових експериментів аналізують уточнені значення параметрів напружено-деформованого стану тривимірних моделей і визначають мінімальне руйнівне навантаження. На третьому етапі у визначених критичних зонах конструкції встановлюють датчики деформації і проводять випробування конструкції на міцність неруйнівним навантаженням. Порівнюючи значення деформацій і переміщень, отримані за результатами випробувань і розрахункових експериментів, визначають прогнозне руйнівне навантаження.

У рамках розробленої методології досліджено напружено-деформований стан бака окислювача першого ступеня за різних значень внутрішнього тиску, отримано кількісні оцінки його міцності, визначено руйнівне навантаження і локальні зони, з яких, імовірно, почнеться руйнування, показано, що результати оцінювання міцності бака за критерієм максимальних напружень найкраще узгоджуються з експериментальними даними.

Ключові слова: міцність, метод скінченних елементів, обчислювальний експеримент, випробування на міцність.

The paper proposes a method for investigating structural strength and determining structural failure loads by computer-aided simulation and nondestructive testing. The methodology is grounded on general ratios of elastoplasticity in increments based on the Lagrangian approach and the principle of virtual translations, taking into account the geometrically nonlinear nature of structural deformation under intense loading. The baseline technique for numerical simulation was the finite element method.

The methodology for structural strength investigation includes three steps. The first step involves studying the structure in the form of a spatially two-dimensional shell-like model. An analysis of the calculated values of the model's stress and strain is performed based on the results of the computational experiment, and the critical regions within the structure are determined, where these parameters reach their peak values. The second step yields detailed three-dimensional models of those critical regions within the structure. These models incorporate the geometrical (including the actual thicknesses of the elements) and physical specifics of the structure. The results of numerical experiments are applied in an analysis of the refined stress and strain values of the three-dimensional models, and the minimum structural failure load is determined. In the third step, strain gauges are installed in the determined critical regions, and the structure's strength is tested using a nondestructive load. A predicted structural failure load is found by comparing the strain and translation values obtained from the test results with the outputs of computational experiments.

The development of the mentioned methodology encompassed an investigation of stress and strain at different internal pressures for an oxidizer tank of a launch vehicle's first stage, a quantitative estimation of the tank's strength, and the determination of the structural failure load and regions where a structural failure is likely to start. This paper demonstrates that the results of a tank strength analysis using a criterion of a maximum stress are closest to experimental data.

Keywords: strength, finite element method, computational experiment, strength testing.

Вступ

Під час проектування сучасних конструкцій постає складний багатоступінчастий процес математичного та комп'ютерного моделювання процесів деформування конструкцій в умовах експлуатації. У віртуальному просторі практично шукають раціональний чи оптимальний проєкт конструкції, досліджуючи її механічну поведінку за різних умов навантаження, застосовуючи при цьому різні матеріали і параметри її геометричної форми шляхом комп'ютерного моделювання. За креслениками оптимального проєкту, отриманого на цьому етапі, виготовляють фізичний прототип, який піддають випробуванням. У результаті успішних випробувань переходять до серійного виготовлення продукції. Питома вага математичного й комп'ютерного моделювання в цьому процесі постійно зростає, оскільки експериментальні дослідження механічної поведінки складних конструкцій є досить обмеженими і надзвичайно дорогими.

Оцінки експлуатаційного ресурсу конструкцій істотно залежать від точності й достовірності даних про їхній напружено-деформований стан (НДС) в умовах експлуатації. Тому досліджувати механічну поведінку конструкцій за таких умов намагаються на основі уточнених математичних моделей.

Багато аспектів поведінки складних механічних конструкцій виникає внаслідок взаємодії різних їхніх складових, і часто їх неможливо передбачити чи простежити в експериментах (обчислювальних чи натурних) з окремими ізольованими елементами. Фактичні напруження в реальних конструкціях часто виявляються істотно іншими, ніж передбачувані на основі часткових експериментів з окремими елементами конструкцій (у зв'язку із структурною неперервністю і забезпеченням альтернативних шляхів навантаження для окремих елементів).

Підвищена напруженість тонкостінних та об'ємних елементів конструкцій сучасної ракетно-космічної техніки (РКТ) зумовлює використання найдосконаліших математичних і розрахункових моделей, у яких, якщо можливо, необхідно достатньо повно відобразити реальні умови експлуатації конструкції та механічні властивості матеріалів,

з яких виготовлено її елементи. Тому крім традиційної властивості пружності матеріалу в розрахункових моделях елементів конструкцій РКТ усе частіше враховують його пластичні властивості. Особливо актуальне це питання під час проектування елементів конструкцій РКТ, у яких суперечності між вимогами міцності та мінімальної матеріаломісткості виявляються найгостріше. Прикладом може бути випадок проектування елементів конструкцій РКТ, коли ставлять завдання визначити руйнівне навантаження, за якого матеріал значної частини зазначених об'єктів перебуває в пружно-пластичному стані, а деформації та переміщення набувають великих значень. Такий стан матеріалу, що не зумовлює порушення функціонального призначення конструкції та роботи її обладнання, допускають у деяких елементах конструкцій РКТ одноразового використання, а також під час тривалого експлуатаційного навантаження.

Дослідження конструкцій з урахуванням пластичних деформацій і великих переміщень і деформацій дозволяє використати додатковий ресурс матеріалу, що дає змогу збільшувати експлуатаційне навантаження під час проєктних розрахунків.

У межах загальної моделі пружно-пластичного тіла розроблено методологію дослідження НДС конструкцій під інтенсивним силовим навантаженням за результатами комп'ютерного моделювання, яка дозволяє оцінити руйнівне навантаження і місце руйнування конструкцій у віртуальному просторі, що дає змогу скоротити натурні експерименти, під час яких конструкцію доводять до руйнування, або й взагалі відмовитись від них.

Формулювання задачі

Розглянемо конструкцію, яка займає в евклідовому просторі E^3 область V з неперервною за Ліпшицем поверхнею S . Припустимо, що конструкція перебуває під впливом об'ємних f_i^B і поверхневих f_i^S сил, заданих відповідно в області V і на частині S_f поверхні S , і переміщень u_i^S , заданих на частині S_u поверхні S ($S_f \cup S_u = S$, $S_f \cap S_u = \emptyset$).

Для оцінювання міцності та визначення руйнівних навантажень конструкції за таких

умов використано орієнтований на застосування методу скінченних елементів варіант теорії геометрично нелінійної пружнопластичності в приростах на основі Лагранжевого підходу із застосуванням принципу віртуальних переміщень [1].

Увесь процес навантаження за такого підходу розглядають як послідовність певних кроків $[t_j, t_j + \Delta t_j]$, $j = 0, 1, \dots$. За відомими приростами навантаження на кожному з таких кроків визначаємо прирости переміщень, деформацій і напружень, які підсумовуємо з отриманими раніше. Проходячи крок за кроком процес деформування, отримуємо історію змінення механічного стану тіла. Визначення НДС конструкції за інтенсивного силового навантаження тоді зводиться до розв'язування системи рівнянь [1]

$$([K_L] + [K_{NL}])\{q\} = {}^{t+\Delta t}\{P\} - \{F\}, \quad (1)$$

де K_L , K_{NL} – лінійна і нелінійна складові глобальної матриці жорсткості відповідно; $\{q\}$ – вектор приростів переміщень вузлів скінченно-елементного поділу області V на кроці навантаження $[t_j, t_j + \Delta t_j]$; P , F – вектори сил тиску і вузлових сил.

Матрично-векторні характеристики K_L , K_{NL} , P , F в (1) отримуємо підсумовуванням відповідних характеристик окремих скінченних елементів:

$$[K_L]^{(e)} = \int_{V^e} [N]^T [B_L]^T [C] [B_L] [N] dv;$$

$$[K_{NL}]^{(e)} = \int_{V^e} [N]^T [B_{NL}]^T [S] [B_{NL}] [N] dv;$$

$${}^{t+\Delta t}\{P\}^{(e)} = \int_{S_e^e} [N]^T {}^{t+\Delta t}f^S ds + \int_{0V^e} [N]^T {}^{t+\Delta t}f^B dv;$$

$$\{F\}^{(e)} = \int_{V^e} [N]^T [B_L] \{S\} dv,$$

де

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} -$$

матриця базисних функцій тривимірного скінченного елемента з n вузлами [2]; $[B_L]$, $[B_{NL}]$ – лінійна і нелінійна матриці, на які розкладається матриця диференціального оператора геометричних співвідношень [1]; матрицю стану

$$[C] = [G] - \frac{\left([G] \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right\} \right)^T [G] \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right\}}{\frac{2}{3} k \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right\}^T [G] \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right\}}$$

у випадку пружно-пластичного деформування визначаємо через матрицю пружних сталей $[G]$, вектор

$$\left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{11}}, \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{22}}, \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{33}}, \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{12}}, \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{13}}, \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{23}} \right\}^T$$

похідних поверхні текучості Φ у шестивимірному просторі напружень і кут нахилу k кривої «еквівалентне напруження σ_i – еквівалентна пластична деформація ε^p ». Верхній індекс T означає транспонування;

$$S = \begin{bmatrix} S_* & 0 & 0 \\ 0 & S_* & 0 \\ 0 & 0 & S_* \end{bmatrix}; \quad S_* = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix};$$

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Поверхню текучості задаємо у вигляді [3]

$$\Phi(\sigma_{ij}) = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}},$$

де $s_{ij} = (\sigma_{ij}) - \delta_{ij} \frac{1}{3} \sigma_{ij}$; δ_{ij} – символ Кронекера.

Таким чином, для визначення приростів переміщень $\{q\}$ на розглядуваному кроці навантаження маємо систему рівнянь (1). Коефіцієнти матриць $[K_L]$ і $[K_{NL}]$ при цьому залежать від наявних на кінець кроку (тобто в момент $t_j + \Delta t_j$) деформацій і напружень. Очевидно, що прирости деформацій і напружень на цьому кроці (а отже, й повні напруження та деформації на кінець кроку) априорі невідомі. Тому для отримання розв'язку системи рівнянь (1) необхідно застосувати ітераційні підходи. Зазначимо, що ітераційні процедури розв'язування нелінійних задач механіки розроблені [1–6] і добре відомі в науковій літературі під назвами методів змінних параметрів пружності та додаткових навантажень (деформацій).

Методологія оцінювання міцності

Методологія дослідження міцності конструкції виглядає так.

Дослідження починаємо з простіших, просторово двовимірних моделей.

З використанням креслеників та іншої документації вибудовуємо скінченно-елементну модель конструкції. Вибираємо параметри (товщини, довжини тощо) її складових і формуємо модель за технологією «знизу-догори», тобто від побудови точок, далі ліній, поверхонь.

Для чисельного моделювання процесів деформування використовуємо, як правило, скінченні елементи з квадратичною апроксимацією переміщень. Будуючи дискретну модель, стежимо, щоб не було сильно спотворених чи витягнутих скінченних елементів (зі співвідношенням сторін не більше ніж 1:2).

Як вхідну інформацію використовуємо також експериментальні криві деформування матеріалів, з яких виготовлено конструкцію. Матеріали розглядаємо як пружно-пластичні. Криві деформування задаємо по точково.

Моделюємо умови закріплення конструкції та задаємо прирости навантаження (кроки за навантаженням) для обчислювального експерименту.

Після успішного обчислювального експерименту аналізуємо отримані значення переміщень, деформацій і напружень у вузлах, визначаємо критичні зони конструкції з найбільшими значеннями напружень, деформацій, критеріїв міцності та встановлюємо місце, з якого, імовірно, почнеться руйнування (у яких відповідні значення критеріїв міцності максимальні).

Після аналізу отриманих результатів будуємо тривимірний фрагмент конструкції в зоні з максимальними значеннями параметрів (напружень, деформацій, критеріїв), для якого повторюємо все, виконане в межах двовимірних моделей (вибудовуємо тривимірну скінченно-елементну модель, починаючи від побудови точок, ліній, поверхонь і об'ємів, задаємо умови закріплення фрагмента й навантаження). Виконуємо обчислювальний експеримент, після успішного завершення якого переходимо до аналізу НДС тривимірного фрагмента

конструкції (визначаємо критичні локальні зони конструкції з найбільшими значеннями деформацій, напружень, значень критеріїв).

Після ряду обчислювальних експериментів і визначення руйнівного навантаження та найбільш напружених зон конструкції шляхом комп'ютерного моделювання можна виконати натурний експеримент на фізичному прототипі для навантажень, які істотно менші за руйнівні. Під час виконання цих експериментів тензорезистори для зняття деформацій і напружень у процесі навантаження необхідно ставити в найбільш напружених місцях конструкції, визначених засобами комп'ютерного моделювання, після чого порівняти експериментальні значення деформацій і напружень у цих місцях з аналогічними значеннями з обчислювального експерименту. У разі збігу результатів обчислювального та натурального експериментів для навантажень, менших за руйнівні, відпадає потреба доводити навантаження до руйнівного у фізичному прототипі конструкції. Це дасть змогу зекономити цінний матеріал і кошти на виготовлення конструкції.

Бак окислювача першого ступеня

У рамках розробленої методології комп'ютерного моделювання процесів деформування конструкцій за інтенсивних силових навантажень досліджено міцність бака окислювача першого ступеня, отримано кількісні оцінки його міцності, визначено руйнівне навантаження і локальні зони, з яких, імовірно, почнеться руйнування.

Бак складається з двох вафельних і шести гладких циліндричних обичайок, зовнішній діаметр яких 3,9 м, і двох сферичних днищ з радіусом 2,5 м завтовшки 4,6 мм.

Вафельну структуру нижніх двох обичайок (заввишки 1,09 і 1,11 м) формує система стрингерів і шпангоутів, утворюючи на внутрішній поверхні комірки розміром 137x136 мм. Товщина і висота стрингерів і шпангоутів 6 мм і 25,5 мм відповідно. Вафельні обичайки переважно мають товщину 4 мм, за винятком перехідних зон для зварювання окремих сегментів і обичайок між собою, які мають товщину 8–10 мм.

Висота гладких обичайок становить 1,654 м, товщина стінок – 4,5–5,6 мм, а товщина перехідних зон для зварювання – 7,3 мм. Матеріал днищ – алюмінієвий сплав АМг6М (рис. 1), а циліндричної частини – алюмінієвий сплав АМг6НПП (рис. 2).

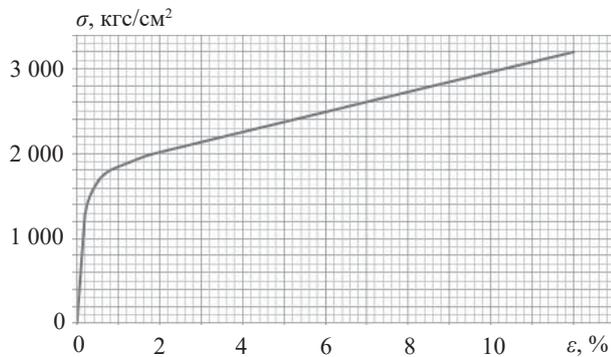


Рис. 1. Крива деформування сплаву АМг6М

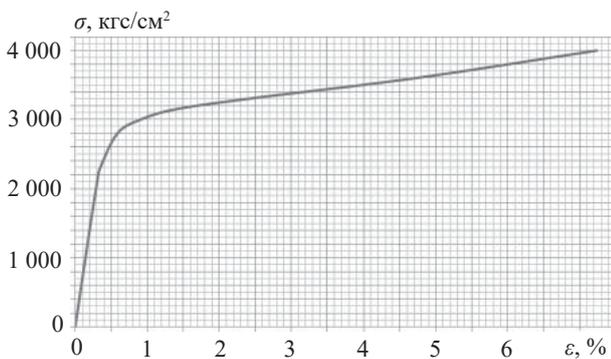


Рис. 2. Крива деформування сплаву АМг6НПП

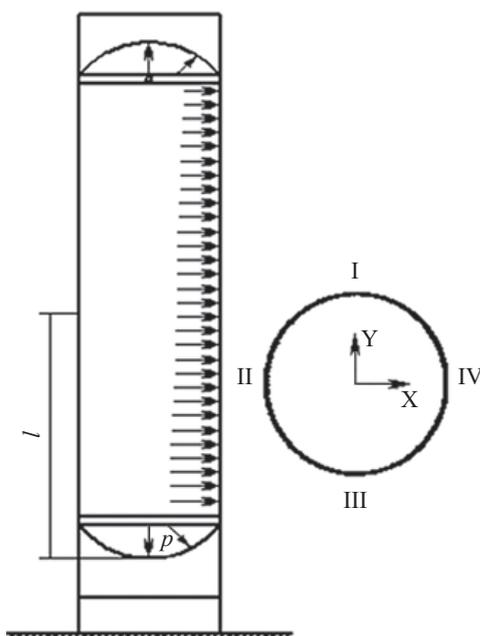


Рис. 3. Навантаження і закріплення бака

Під час обчислювальних експериментів умови закріплення та навантаження відповідали умовам натурного експерименту.

Вертикальний бак, заповнений водою, вважали прикріпленим технологічним кільцем до технологічної обичайки, закріпленої на технологічній плиті (рис. 3). Базовий внутрішній тиск p задавали в найнижчій точці бака; тиск зменшувався залежно від висоти бака відповідно до зменшення гідростатичної складової тиску.

Вісесиметрична модель

Нехтуючи стрингерами та зміною товщини гладких оболонок за кутовою координатою, спочатку розглянемо бак у рамках вісесиметричної моделі пружнопластичності. За товщину гладких обичайок вибрано її мінімальне значення (4,5–4,6 мм, залежно від обичайки) з відповідними перехідними зонами між обичайками.

Значення тиску p у нижній точці бака збільшували покроково, відповідно до його зростання в натурному експерименті: 1,45 кгс/см²; 3 кгс/см²; 4,5 кгс/см²; 5,95 кгс/см² (тиск приймальних випробувань); 6,75 кгс/см²; 7,05 кгс/см²; 8,93 кгс/см² (150 % від експлуатаційного тиску, останнє значення, за якого бак ще зберігав свою цілісність).

Скінченно-елементну модель досліджено на збіжність. Виконано розрахунки для різних розмірів скінченних елементів. Для розміру скінченних елементів 0,5 мм відмінності в еквівалентних напруженнях за Мізесом, отриманих поелементно та шляхом усереднення у вузлах, становили менше ніж 0,1 %. Ця різниця також була менша ніж 1 % за розмірів елементів 1 і 2 мм.

Для оцінювання міцності та визначення руйнівного навантаження засобами комп'ютерного моделювання використовували кілька критеріїв міцності, зокрема критерії Мізеса та максимальних напружень.

Відповідно до критерію максимальних напружень у кожній точці визначали функцію

$$f = \max \left(\left| \frac{\sigma_{rr}}{\sigma_{rr}^*} \right|, \left| \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{zz}^*} \right|, \left| \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{\sigma_{\varphi\varphi}^*} \right|, \left| \frac{\sigma_{rz}}{\sigma_{rz}^*} \right| \right),$$

де в чисельниках стоять компоненти тензора напружень, а в знаменниках – відповідні

напруження, за яких відбувається руйнування. Якщо значення f у якійсь зоні конструкції досягає одиниці, вважають, що в цій зоні з'являються руйнування.

За тиску приймальних випробувань ($5,95 \text{ кгс/см}^2$) бак повністю працює в пружній області. Максимальні напруження за тиску, що дорівнює 150 % від експлуатаційного, діють на внутрішній поверхні в другій гладкій обичайці, ближче до її середини. При цьому максимальне значення еквівалентних напружень $\sigma_i^{\max} = 3\,126 \text{ кгс/см}^2$ (рис. 4); відповідні еквівалентні деформації становлять 1,3 %. Очевидно, що цей максимум ще далеко від межі руйнування ($3\,800 \text{ кгс/см}^2$ за деформацій 6 %, рис. 2), як і відповідні деформації. Водночас найбільше значення критерію максимальних напружень становить $f_{\max} = 0,97$, що може свідчити про наближення до руйнування.

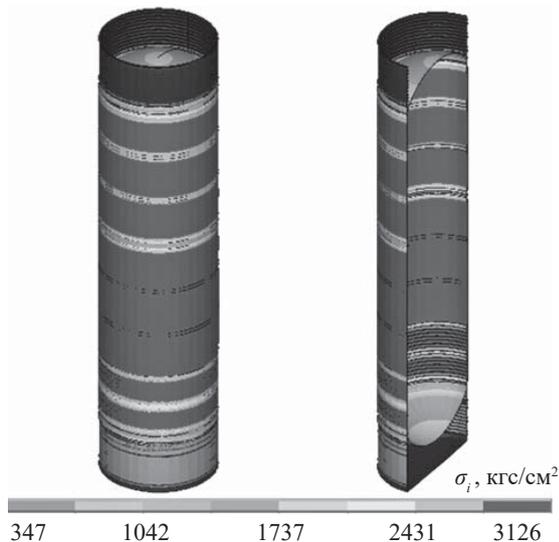


Рис. 4. Еквівалентні напруження в баку ($p = 8,93 \text{ кгс/см}^2$)

Зауважимо, що з певного значення тиску напруження в найбільш навантажених зонах починають вирівнюватись за товщиною. Зокрема, в найбільш напруженому місці (у другій гладкій обичайці) за тиску $8,93 \text{ кгс/см}^2$ градієнта напружень за товщиною практично немає (напруження на внутрішній і на зовнішній поверхнях відрізняються лише на $0,16 \text{ кгс/см}^2$). Це також є ознакою наближення до руйнування.

Тиск $9,5 \text{ кгс/см}^2$ за критерієм максимальних напружень більший за руйнівний ($f_{\max} = 1,1$), тоді як еквівалентні напруження

$\sigma_i^{\max} = 3\,368 \text{ кгс/см}^2$ (у другій гладкій обичайці) все ще істотно менші за межу міцності.

Звернемо увагу на те, що напруження у сферичних днищах і розпірних шпангоутах, через які вони з'єднуються із циліндричною частиною бака, лежать далеко поза околами зон з напруженнями, за яких можливе руйнування. Зокрема, за тиску $9,5 \text{ кгс/см}^2$ рівень напружень у нижньому розпірному шпангоуті не більше ніж $2\,000 \text{ кгс/см}^2$.

Тож з аналізу результатів доходимо висновку, що в межах моделі геометрично нелінійного, здатного до пружно-пластичного деформування вісесиметричного тіла руйнівний тиск для бака окислювача першого ступеня становить 9 кгс/см^2 , якщо за критерієм руйнування взято критерій максимальних напружень. Критерій Мізеса дає при цьому значно вищі значення руйнівного тиску; еквівалентні напруження виходять на межу міцності за тиску 10 кгс/см^2 (відповідні еквівалентні деформації становлять 6 %).

Результати обчислювального експерименту в рамках вісесиметричного тіла показали, що напруження в околі сферичних днищ і розпірних шпангоутів менші, ніж у циліндричних обичайках.

Комп'ютерне моделювання процесів деформування бака під дією внутрішнього тиску в межах вісесиметричної моделі виявило також можливість досліджувати міцність лише циліндричної частини бака, замінивши дію сферичних днищ на циліндричну частину відповідним задаванням осевих напружень на верхньому торці циліндричної складової. При цьому весь тиск розподіляється на днище на торцях перехідної зони циліндричної частини зовнішнього радіуса R і товщини h , тобто на торці задають осеві напруження $\sigma_{zz} = p(R-h)^2 / (R^2 - (R-h)^2)$. На нижньому краю циліндричної частини можна задавати умови відсутності переміщень у вертикальному напрямку.

Оболонкова модель

З урахуванням наведених вище результатів досліджено міцність циліндричної частини бака в рамках шестимодальної теорії оболонок [7] з урахуванням її геометрично і фізично нелінійного деформування під внутрішнім тиском. У кожному вузлі скінченно-елементного поділу розглядуваної області

маємо три переміщення, два кути повороту нормалі та її стиснення.

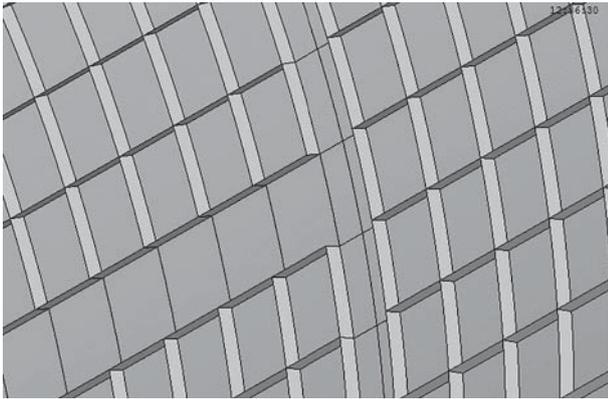


Рис. 5. Фрагмент внутрішньої поверхні бака в околі з'єднання вафельних обичайок

Стрингери та шпангоути на внутрішній поверхні змодельовано також оболонковими елементами (рис. 5). Вплив днища замінено осьовими напруженнями, заданими на верхньому краю циліндричної складової бака, на іншому краю задано нульові осьові переміщення. Тиск задано на внутрішній поверхні оболонки (як і у вісесиметричному випадку враховано його гідростатичну складову).

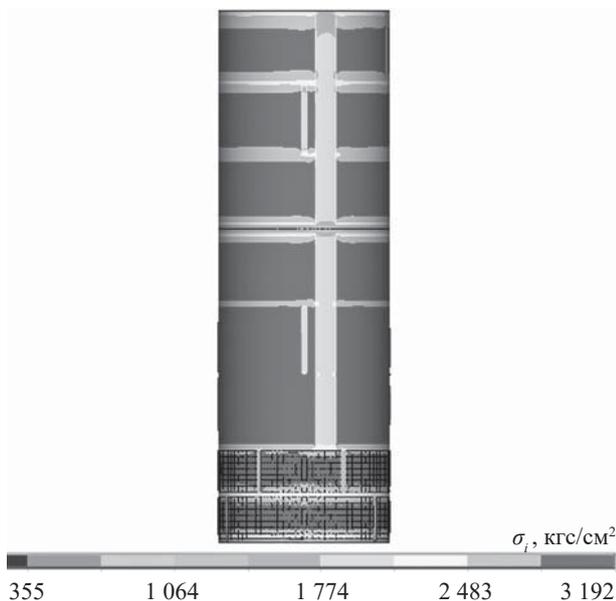


Рис. 6. Еквівалентні напруження в циліндричній частині бака ($p = 8,93$ кгс/см²)

За малих тисків максимальні напруження виникають у вафельних обичайках. Однак зі збільшенням тиску вони переміщуються

в область гладких обичайок. Зокрема, за $p = 8,93$ кгс/см² максимальні напруження виникають на внутрішній поверхні ближче до середини другої гладкої обичайки між двома потовщеннями до 7,3 мм, де товщина 4,5 мм (рис. 6).

При цьому слід зауважити, що максимальні еквівалентні напруження в другій гладкій обичайці (3 192 кгс/см²) лише на 29 кгс/см² більші, ніж у першій гладкій обичайці (у таблиці перші два рядки стосуються вафельних, інші – гладких обичайок).

Максимальні напруження в обичайках на внутрішній поверхні бака

Координати вузлів у декартовій системі координат, см			σ_i^{\max}
X	Y	Z	
-22,27	193,52	60,2	3 107,14
95,71	169,67	167,7	3 119,68
-25,18	193,17	300,8	3 163,26
-25,18	193,17	452,8	3 192,21
-74,91	179,82	622,0	3 034,15
-74,91	179,82	802,8	3 028,49
-25,18	193,17	964,4	2 985,08
-189,9	43,45	1 127,9	2 916,36

Максимальне значення критерію максимальних напружень дорівнює 0,98 (у цьому ж місці, у якому виникають максимальні напруження), що може свідчити про наближення до руйнування. При цьому, як бачимо, максимальні значення еквівалентних за Мізесом напружень далекі від межі руйнування.

Зазначимо, що зі збільшенням тиску і наближенням до руйнування максимальні напруження на внутрішній і зовнішній поверхнях практично вирівнюються. Якщо в пружній області деформування відмінності між ними можуть становити 80–90 кгс/см², то в зоні виникнення максимальних напружень за тиску 8,93 кгс/см² ця різниця становить 1 кгс/см².

Зазначимо також, що еквівалентні напруження за тиску $p = 8,93$ кгс/см² практично у всіх циліндричних обичайках (за винятком зон з потовщеннями) лежать у десятивідсотковому околі максимальних напружень. Майже вся циліндрична частина бака,

за винятком перехідних зон і зон з потовщеннями, деформується пружнопластично.

Тиск $9,5 \text{ кгс/см}^2$ за критерієм максимальних напружень більший, ніж руйнівний, тоді як максимальне значення критерію Мізеса ($\sigma_i^{\max} = 3\,504 \text{ кгс/см}^2$) за цих умов не свідчить про руйнування.

Максимальні напруження і максимальне значення критерію міцності виникають також у другій гладкій обичайці, але дещо зміщуються і виникають ближче до її з'єднання з першою гладкою обичайкою, а також у бік потовщення перехідної зони для зварювання в перерізі I ($X = 0$; див. рис. 3).

Тривимірна модель

Дослідження, виконані для двох нижніх вафельних обичайок відповідно до розробленої методології в рамках просторово тривимірної моделі, показали, що максимальні еквівалентні напруження в цих обичайках менші, ніж у другій гладкій обичайці (рис. 7).

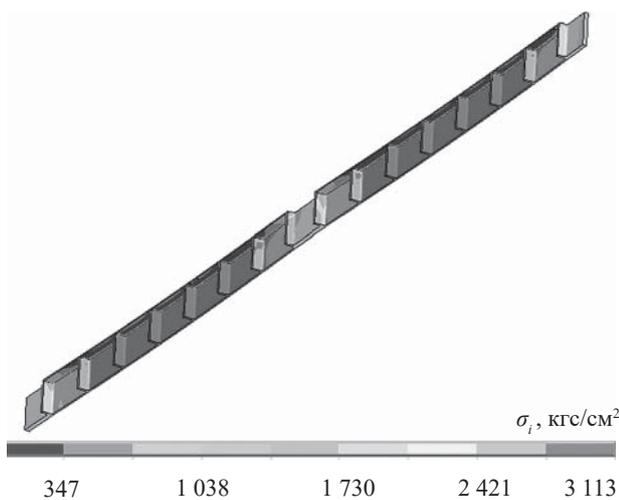


Рис. 7. Тривимірний фрагмент бака, що складається з двох обичайок вафельного типу

З умов циклічної симетрії розглядали сектор, що відповідає половині вафельної комірки завширшки 136 мм. На верхньому краю циліндричної складової задавали осьові напруження, які враховують вплив сферичного днища, на протилежному краю – нульові осьові переміщення.

Висновки

Розроблено методологію дослідження міцності конструкцій і визначення руйнівного навантаження шляхом комп'ютерного моделювання і неруйнівних експериментальних випробувань. За припущення, що переміщення та деформації можуть бути великими, а напруження істотно перевищують межу пластичності матеріалів, задачу сформульовано в межах геометрично нелінійної теорії термопружнопластичності. Для розв'язання сформульованої задачі застосовано метод скінченних елементів. На цій основі розроблено відповідне програмне забезпечення.

У рамках розробленої методології досліджено НДС бака окислювача першого ступеня за умови дії внутрішнього тиску. Дослідження виконано в межах різних модельних припущень: бак розглянуто як віссесиметричну конструкцію, як складену оболонку, а також як тривимірне пружнопластичне тіло. Отримано кількісні оцінки його міцності, визначено руйнівне навантаження і найбільш навантажені локальні зони, з яких починається руйнування.

Обчислювальні експерименти показали, що з наближенням до руйнівного навантаження різниця між напруженнями на внутрішній і зовнішній поверхнях бака зникає.

Порівняльний аналіз результатів комп'ютерного моделювання і відповідних натурних експериментів показав, що результати оцінювання міцності бака за критерієм максимальних напружень найкраще узгоджуються з експериментальними даними.

Розроблена методологія дає змогу скоротити натурні експерименти, під час яких конструкцію доводять до руйнування, або й взагалі відмовитись від них. Після обчислювальних експериментів і визначення руйнівного навантаження та найбільш напружених місць конструкції шляхом комп'ютерного моделювання можна виконати натурний експеримент на фізичному прототипі для навантажень, які істотно менші за руйнівні. Під час виконання цих експериментів тензорезистори необхідно ставити в найбільш напружених місцях конструкції, визначених засобами комп'ютерного моделювання, після чого потрібно порівняти експериментальні значення деформацій і напружень

у цих місцях з аналогічними значеннями з обчислювального експерименту. У разі збігу результатів обчислювального й натурального експериментів для навантажень, менших за руйнівні, відпадає потреба доводити навантаження до руйнівного у фізичному прототипі конструкції. Це дасть змогу зекономити цінний матеріал і кошти на виготовлення конструкції.

Список використаної літератури

1. Allen D. H., Heisler W. E. A theory for analysis of thermoplastic materials. *Computers & Structures*. 1981. Vol. 13. P. 129–135. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(81\)90117-6](https://doi.org/10.1016/0045-7949(81)90117-6)
2. Bathe K. J. *Finite Element Procedures Analysis*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995. 1037 p.
3. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. *Finite Element Method: Vol. 1. The Basis*. London: Butterworth Heinemann, 2000. 689 p.
4. Гачкевич О. Р., Дробенко Б. Д. Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл. Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра. Т. 4: Термомеханіка намагнечуваних електропровідних термочутливих тіл. Львів: СПОЛІОМ, 2010. 256 с.
5. Kleiber M. *Incremental Finite Element Modelling in Non-Linear Solid Mechanics*. John Wiley & Sons, 1989. 187 p.
6. *Computational Methods for Nonlinear Problems*. Ed. by Taylor C., Owen D. R. J., Hinton E. Swansea: Pineridge Press, 1987. 384 p.
7. Марчук М. В. Нелінійне деформування і коливання податливих трансверсальним деформаціям зсуву та стиснення пластин і оболонки. *Машинознавство*. 2005. № 10. С. 9–14.

Дата надходження статті до видання 31.10.2025

Дата прийняття статті до друку після рецензування
14.11.2025

Дата публікації 12.02.2026