https://doi.org/10.33136/stma2026.01.073
УДК 005.642.4:519.248
ISSN 2617-5525 (Print)
ISSN 2617-5533 (Online)
Creative Commons Attribution 4.0

**А. В. Демченко, О. В. Желудков, канд. техн. наук Л. В. Кривобоков, Ю. В. Суслячева**

# АНАЛІЗ ЯКОСТІ ТА СТАБІЛЬНОСТІ РЕМОНТОВАНИХ ВИРОБІВ З ВИКОРИСТАННЯМ КОНТРОЛЬНИХ КАРТ

*Аналіз якості продукції є важливою складовою виробничого процесу та підвищення надійності. У сучасних умовах зростання складності технологічних процесів виникає потреба в ефективніших методах контролю якості продукції, які дозволяють оптимізувати витрати часу та ресурсів. Одним з відомих методів є метод статистичного контролю, який дозволяє приймати обґрунтовані рішення про якість продукції на основі результатів вибіркових перевірок. Метою є обґрунтування використання методу контрольних карт. Контрольна карта – це метод кількісного статистичного контролю виробничого процесу (у нашому випадку – процес вхідного контролю ремонтного фонду виробів), який дозволяє отримати значення кількісного параметра для висновку про стабільність і якість контрольованої партії. Надалі такий підхід дозволяє коригувати процес ремонту в потрібному напрямі. Наукова новизна такого підходу, на думку авторів, полягає в практичному використанні можливості коригувати результати контролю (а тим самим стабільність і якість процесу) в ході самого процесу на відміну, наприклад, від суцільного контролю. Розглянуто використання одного з поширених методів статистичного контролю – методу контрольних карт за кількісними ознаками. Цей метод відрізняється від методу контрольних карт за якісними ознаками, який контролює середнє значення частоти відмов партії (так звані p-карти). Використано метод, що ґрунтується на контролі кількісного значення параметра процесу (у нашому випадку – параметр, який контролюють у ході ремонту). Математично метод ґрунтується на перевірці статистичної гіпотези: якщо параметр має нормальний розподіл, то контрольна карта будується в межах такого розподілу з імовірністю, близькою до 1 (~0,997). Наведено алгоритм перевірки вхідних даних нормального виду розподілу на основі критерію $\omega^2$. З використанням реальних даних ремонту виробів наведено приклад обчислень і побудування контрольних карт, аналіз результатів, а також висновки. Результати дослідження можуть використовувати фахівці з контролю якості, надійності та фахівці виробничих підприємств для впровадження систем статистичного контролю під час ремонту та виготовлення продукції.*

**Ключові слова:** контроль якості, контрольні карти, надійність, нормальний розподіл, критична область.

*The quality analysis of products is an essential component of a production process and a critical factor for reliability enhancement. The continuously increasing complexity of manufacturing processes leads to the need for more effective quality inspection methods that would ensure optimal time and resource costs. The statistical process control method is among the most popular approaches. It supports reasonable decision-making about product quality based on the results of random checks. The objective of this research is to justify the application of the check card method. A check card is a tool for the qualitative statistical quality control of a production process (in this paper, the object of such control is an incoming inspection of repaired products). Check cards are used to evaluate qualitative parameters for concluding about the stability and quality of the inspected batch. Further, the check card approach enables repair process correction as necessary. The scientific novelty of this approach, as the authors believe, is the practicality of correcting inspection results during the process, different from the continuous control method, for instance, thereby managing the process's quality and stability. The paper investigates the application of a popular statistical control method, namely, the check card method based on quantitative properties. An approach based on checking the quantitative value of a process parameter is applied (in this paper, a parameter that is examined during repair). This approach differs from the check card method that uses qualitative properties to verify the average frequency of batch rejections (known as the r-cards). Mathematically, this approach is based on checking the statistical hypothesis that if a parameter demonstrates a normal distribution, a check card is generated within this distribution with a probability approaching a unity, approximately 0.997. The paper presents an algorithm for checking normal-distribution input data using the $\omega^2$ criterion. Using actual data acquired during repairs, the paper provides an example of computations and check card generation, along with a results analysis and conclusions. Quality and reliability control professionals, as well as experts of manufacturing enterprises, can use the findings of this research to introduce a system for performing statistical quality control during product repair and manufacturing.*

**Keywords:** quality control, check cards, reliability, normal distribution, critical domain.

## Вступ

Контроль якості виробів під час виготовлення чи ремонту є одним з основних елементів забезпечення надійності виробів. На практиці одним з найбільш дійових і поширених методів такого контролю є статистичний контроль за допомогою контрольних карт [1–5]. Метод контрольних карт ґрунтується на математичній теорії перевірки статистичних гіпотез [6]. Перевіряється гіпотеза, що за умови належності контрольованого параметра до нормального розподілу будують контрольні карти параметра з використанням рівнянь і коефіцієнтів нормального розподілу. На практиці використовують різні способи побудови контрольних карт. Наприклад, в [1, 3] розглянуто використання так званих *p-карт*, у яких контрольні межі будують на розрахунках статистичного параметра частоти відмов (у нашому випадку – дефектів). У цій статті розглянуто інший підхід до побудови контрольної карти – метод контролю конкретного параметра виробу та побудова контрольних карт для його меж [1]. Цей метод дає переваги над попереднім методом [1, 3] у таких випадках, коли важливо контролювати параметри, покладені в основу забезпечення високої надійності виробу, що дозволяє оперативно реагувати на вихід параметра за межі контрольної карти. Важливою частиною запропонованого алгоритму побудови контрольних карт є така, що дозволяє перевірити належність нашого параметра до нормального розподілу за допомогою критерію $\omega^2$. Цей критерій має ряд істотних переваг перед іншими критеріями (критерій $\chi^2$, критерій Смирнова та ін.). Ці переваги докладно наведено в додатку статті. Також наведено алгоритм і послідовність обчислень для підтвердження нормальності розподілу параметра (дивись додаток). У розділі 1 статті наведено основні положення методики побудови контрольної карти з використанням методу «середньоарифметичних значень» [1, 3], а також алгоритм побудови критичної області та меж контрольної карти. У розділі 2 наведено приклад практичного використання методики.

## Метод розв'язання задачі

### 1. Основні положення

Запропоновано для використання метод контрольних карт середніх арифметичних значень (метод $\bar{X}$) [1]. Метод пристосований для побудови критичної області або меж контрольної карти та призначений для контролю якості та стабільності виготовленої (ремонтованої) продукції в технологічному процесі. Якщо параметр виробу, який потрібно контролювати, має нормальний розподіл, то перевіряють статистичну гіпотезу, що для вибірки з $N$ виробів середнє значення параметра $\bar{X}$, який контролюється, і дисперсія $\sigma$ (середньоквадратичне відхилення) утворюють нерівність [1]

$$X_{\text{В}} - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{N}} < \bar{X} < X_{\text{Н}} + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \qquad (1)$$

де $X_{\text{В}}$, $X_{\text{Н}}$ – межі критичної області контрольної карти; $\bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$ – середнє значення; $Z_\alpha$ – коефіцієнт імовірності, який для нормального розподілу розраховують за таблицями [6] з використанням функції Лапласа

$$\Phi\left(Z_\alpha\right) = 1 - \frac{\alpha}{2};$$

$\alpha$ – імовірність помилки; $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{X} - X_i\right)^2}{N-2}}$ – середньоквадратичне відхилення.

Значна ймовірність гіпотези досягається за $\alpha = 0{,}0027$, що відповідає $Z_\alpha = 3$ і $\Phi(Z_{0{,}0027}) = 0{,}997$. Таким чином, межі критичної області (1) мають такий вигляд:

$$X_{\text{Н}} = \bar{X} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}}; \qquad (2)$$

$$X_{\text{В}} = \bar{X} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \qquad (3)$$

Якщо умова про нормальний розподіл параметра не підтверджується за допомогою критерію $\omega^2$ (дивись додаток), то з нерівністю Чебишева також можна користуватися «послабленим» нормальним розподілом (наприклад, для $\alpha = 0{,}05$ і $\Phi(Z_{0{,}05}) = 0{,}95$

або $\alpha = 0{,}1$ і $\Phi(Z_{0,1}) = 0{,}7$). За таких умов межі критичної області значно звужуються та контрольні карти приводять до більш жорсткого контролю. Наприклад, межі контрольної карти (контрольна область) мають такий вигляд:

Для $\alpha = 0{,}01$:

$$X_{\text{Н}} = \bar{X} - 2{,}57\frac{\sigma}{\sqrt{N}}; \quad X_{\text{В}} = \bar{X} + 2{,}57\frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \quad (4)$$

Для $\alpha = 0{,}05$:

$$X_{\text{Н}} = \bar{X} - 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{N}}; \quad X_{\text{В}} = \bar{X} + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \quad (5)$$

Як приклад, графічно залежності (2), (3) (контрольна карта) подано на рис. 1.

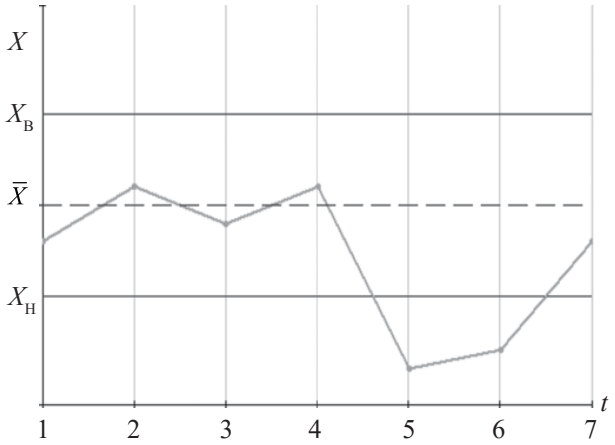



Рис. 1. Ілюстративна контрольна карта

Після побудови контрольної карти моніторинг параметра $X$ проводять таким чином: через деякі проміжки часу $t$ вимірюють значення $X$, і якщо значення не виходить за межі контрольної карти, то процес вважають стабільним і якісним. Коли значення $X$ виходять за межі контрольної карти, то потрібно, наприклад, проаналізувати технологічний процес виготовлення (ремонту), тому що це може сигналізувати про порушення як випадкового, так і систематичного характеру. Після коригування процесу виготовлення та контролю виробів можна побудувати контрольну карту за умовами (4), (5) і знову проводити моніторинг процесу.

Таким чином, алгоритм контролю процесу виготовлення (ремонту) виробів має такий вигляд:

1. Для обраної контрольної вибірки технологічного процесу виготовлення (ремонту) обчислюємо статистичні показники того параметра, який обрано для контролю за деякий період спостереження $t$ – середнє ($\bar{X}$) і середньоквадратичне відхилення ($\sigma_{\text{X}}$) параметра.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N};$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{N-2}},$$

де $X_i$ – контрольний параметр процесу; $N$ – кількість виробів у вибірці.

2. Задаємо ймовірність гіпотез $\alpha$ і знаходимо за таблицями [6] коефіцієнт $Z_\alpha$ для нормального розподілу (рекомендовано $\alpha = 0{,}0027$ і $Z_\alpha = 3$).

3. Обчислюємо межі критичної області для контрольної карти $X_{\text{В}}$, $X_{\text{Н}}$.

У випадку $Z_\alpha = 3$:

$$X_{\text{В}} = \bar{X} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}};$$

$$X_{\text{Н}} = \bar{X} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}}.$$

4. Будуємо контрольну карту для параметра $X$.

5. Використовуючи контрольну карту, проводимо моніторинг параметра технологічного процесу, який необхідно контролювати. Якщо виміри параметра не виходять за межі критичної області, то процес вважають якісним і стабільним. Якщо значення контрольованого параметра виходять за межі $X_{\text{В}}$, $X_{\text{Н}}$, то необхідно або коригувати процес контролю, або уточнювати контрольну карту.

## 2. Приклад використання методики

Використовуємо дані за вимірюваннями одного з параметрів ремонтованого виробу – сили опору електричного елемента після ремонту. Результати наведено в таблиці.

Результати розрахунків контрольної карти

| $t_i$, міс. | $X_i$, Ом | $\bar{X} - X_i$ | $\left(\bar{X} - X_i\right)^2$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 2 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 3 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 4 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 5 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 6 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 7 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 8 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 9 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 10 | 1,9 | 0,18 | 0,032 |
| 11 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 12 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 13 | 1,8 | 0,08 | 0,006 |
| 14 | 1,5 | 0,22 | 0,048 |
| 15 | 1,5 | 0,22 | 0,048 |
| 16 | 1,8 | 0,08 | 0,006 |
| 17 | 1,8 | 0,08 | 0,006 |
| 18 | 1,6 | 0,12 | 0,014 |
| 19 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 20 | 2,5 | 0,78 | 0,64 |
| 21 | 1,6 | 0,12 | 0,014 |
| 22 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 23 | 1,6 | 0,12 | 0,014 |
| 24 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 25 | 1,6 | 0,12 | 0,014 |
| 26 | 2,1 | 0,38 | 0,14 |
| 27 | 1,7 | 0,02 | 0,0004 |
| 28 | 1,8 | 0,08 | 0,0006 |
| 29 | 1,8 | 0,08 | 0,0006 |
| 30 | 1,6 | 0,12 | 0,014 |
| 31 | 1,6 | 0,12 | 0,014 |
| 32 | 1,6 | 0,12 | 0,014 |
| | | | Σ = 1,042 |

$t$ – проміжок часу, за якого вимірювали параметр $X$.

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{32} = 1,72 \text{ Ом};$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{30}} = 0,22 \text{ Ом};$$

$$X_{\text{В}} = 1,72 + \frac{3 \times 0,22}{\sqrt{32}} = 1,72 + 0,12 = 1,84 \text{ Ом};$$

$$X_{\text{Н}} = 1,72 - 0,12 = 1,6 \text{ Ом}.$$

Таким чином, результати розрахунків дозволяють побудувати критичну область для цього прикладу (рис. 2).

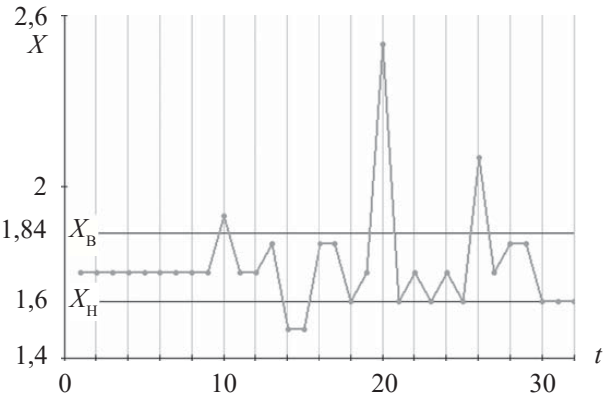



Рис. 2. Контрольна карта прикладу

Вихідні дані, які використовували для побудови контрольної карти, отримано за результатами технологічного процесу ремонту виробів, контроль якості та стабільності яких здійснювали за іншими параметрами, ніж у контрольній карті. Якщо контроль (гіпотетично) здійснювали за допомогою контрольної карти, можна зробити такий висновок: періоди контролю, значення параметра $X_i$ у яких виходять за межі контролю ($X_{\text{В}}$, $X_{\text{Н}}$), наприклад періоди при $t = 10$ ($X_i = 1,5$), $t = 20$ ($X_i = 2,5$), $t = 14$ ($X_i = 1,5$), повинні були підлягати додатковому аналізу технологічного процесу, щоб установити причини таких «викидів» за критичну область.

## Висновки

1. Запропоновано використання методу статистичного контролю якості та стабільності технологічного процесу ремонту виробів за допомогою контрольних карт.

2. На основі реальних даних з ремонту виробів проведено розрахунки та побудовано контрольну карту за запропонованою методикою, що свідчить про можливість практичного використання методики.

*Додаток*

### Перевірка належності нормальному розподілу за критерієм $\omega^2$ [6]

Критерій $\omega^2$ має ряд переваг перед іншими критеріями (критерій $\chi^2$, критерій Смирнова та ін.):

– він ґрунтується на прямому вимірюванні величин;

– за значних обсягів вибірки емпірична функція розподілу $W_n(x)$ рівномірно близька до теоретичної функції розподілу $P(x)$ і різниця $(W_n(x) - P(x))$ рівномірно мала. У загальному випадку критерій $\omega^2$ має такий вигляд:

$$\omega^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[W_n(x) - P(x)\right]^2 dP(x). \qquad (6)$$

Алгоритм практичного обчислення такий:

1. Усю вибірку з $N$ виробів розбивають на окремі $k$ підвибірки по $N_k$ виробів ($k \geq 3$) у кожній. У такому разі критерій $\omega^2$ перетворюється на такий вираз:

$$\omega^2 = \frac{1}{12n^2} + \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left[P(x) - \frac{2k-1}{2n}\right]^2. \qquad (7)$$

2. Обчислюємо середнє значення та середньоквадратичне відхилення параметра $t$, який характеризує вибірку $N_k$:

$$\overline{t_k} = \frac{\sum_{i=1}^{n_k} t_i}{n_k};$$

$$S_{t_k} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_k}\left(t_i - \overline{t_k}\right)^2}{n_k - 1}}.$$

3. Підраховуємо відхилення від середнього:

$$\tau_k = \frac{t_{k_i} - \overline{t_k}}{S_{t_k}}.$$

4. Розраховані значення $\tau_k$ розміщуємо у варіаційний ряд у міру зростання.

5. Розраховуємо емпіричну функцію розподілу за формулою

$$W_k = \frac{2k-1}{2n},$$

де $k$ – номер елемента у вибірці.

6. Для обчислення теоретичного розподілу переходимо до величини

$$\varphi_k = \frac{\tau_k\sqrt{n_k - 2}}{\sqrt{n_k - 1 - \tau_k^2}}.$$

7. Величина $\varphi$ підпорядкована закону розподілу Стьюдента [6] з $n_k - 2$ ступенями свободи, тому значення теоретичного розподілу $P_{\varphi_k}$ знаходимо за таблицями [6] для розподілу Стьюдента.

8. Таблиці [6] для розрахунків значень критерію $\omega^2$ розроблені для значень $n\omega^2$, тому формула (7) набуває вигляду

$$n\omega^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{k=1}^{n}\left[P_{\varphi_k} - \frac{2k-1}{2n}\right]^2. \qquad (8)$$

9. Розраховуємо критичну область $Z_{кр}$ для перевірки гіпотези про нормальність розподілу, використовуючи таблиці [6] для обраного рівня довіри $q$ (як правило, $q$ беруть на рівні 5–10 %).

Якщо $n\omega^2 > Z_{кр}$, то вихідний розподіл є нормальним з імовірністю $(1 - q)$, в іншому разі або потрібна додаткова інформація (статистика), або необхідно (використовуючи нерівність Чебишева) приймати «послаблений» нормальний закон розподілу й уточнювати контрольні карти.

## Список використаної літератури

1. Storm R. Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik Qualitätskontrolle. Leipzig : Fachbuchverlag, 1967. 301 p.

2. Montgomery D. C. Introduction to statistical quality control. 8th ed. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons Wiley, 2020. 768 p.

3. Демченко А. В., Кривобоков Л. В., Ус Ю. М. Аналіз якості виробів методами статистичного контролю результатів ремонту. *Космічна техніка. Ракетне озброєння*. № 2, 2025. С.79–84. https://doi.org/10.33136/stma2025.02.079

4. ISO 2859-1:1999. Sampling procedures for inspection by attributes – Part 1: Sampling schemes indexed by acceptance quality limit (AQL) for lot-by-lot inspection. Geneva. 1999.

5. Stephens K. S. The Handbook of Applied Acceptance Sampling: Plans, Procedures and Principles. ASQ Quality Press, 2001. 538 p.

6. Venttsel Ye. S. Teoriia veroiatnostei: uchebnik. 3-ie izd. 1964. 576 s.

Стаття надійшла 08.05.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування 22.07.2026

Дата публікації 02.11.2026