

УДК 621.454.3.02

В.С. Фоменко, Р.В. Кальныш, В.А. Попов

ОЦЕНКА РАЗБРОСА ВНУТРИБАЛЛИСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РДТТ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Цель работы состоит в разработке простой и точной методики расчета разброса внутрибаллистических параметров РДТТ – давления в камере сгорания и расхода продуктов сгорания. Задача решается методом Монте-Карло (статистических испытаний), который позволяет построить функцию распределения композиции (суммы, произведения) случайных величин заданных законов распределения. Точность решения задачи определяется качеством генерирования псевдослучайных чисел.

Мета роботи полягає в розробленні простої та точної методики розрахунку розкиду внутрішньобалістичних параметрів РДТТ – тиску в камері згоряння і витрати продуктів згоряння. Задачу розв'язують методом Монте-Карло (статистичних випробувань), який дозволяє побудувати функцію розподілу композиції (суми, добутку) випадкових величин заданих законів розподілу. Точність розв'язання задачі визначається якістю генерування псевдовипадкових чисел.

The purpose of work is development of simple and accurate procedure of calculation of scatter of SRM intraballistic parameters – combustion chamber pressure and combustion products flow rate. The problem is solved by Monte Carlo method (statistic tests) which allows constructing the function of distribution of composition (sum, product) of random values of specified distribution laws. The accuracy of problem solution is determined by quality of pseudo random values generation.

Под предельным режимом работы РДТТ понимается такой режим работы, вероятность превышения которого регламентируется требованиями ТЗ, например не менее заданного значения. Как правило, в ТЗ регламентируются верхняя и нижняя (относительно номинала) границы, которые задают в виде предельных разбросов расхода (давления) продуктов сгорания. Разброс расхода продуктов сгорания определяется композицией законов распределения случайных составляющих, которые определяют, исходя из требований КД на заряд и опыта отработки РДТТ-аналогов, и составляют 3–5 случайных параметров с различными законами распределения – нормальным, нормальным усеченным, равномерным. Аналитическое решение задачи построения закона распределения композиции сложно и громоздко, требует вычисления многомерных интегралов [1]. На практике пользуются различного рода приближениями, например, приведенными в ОСТ 92-4826-83.

Достаточно точное и простое по реализации решение задачи нахождения закона распределения композиции случайных ве-

личин возможно методом Монте-Карло (статистических испытаний). При этом главное требование предъявляется к качеству (погрешности) генерирования псевдослучайных чисел заданных законов распределения и методам обработки [2–4].

Погрешность генерирования и обработки (построения гистограммы) можно оценить, сравнивая результаты вычисления функции распределения случайной величины методом Монте-Карло и аналитическим:

$$|P(h)_{м.к} - P(h)_a| \leq \varepsilon(N, h, \delta), \quad (1)$$

где $P(h)_{м.к}$ – функция распределения случайной величины, вычисленная методом Монте-Карло; $P(h)_a$ – функция распределения случайной величины, вычисленная аналитическим путем; $\varepsilon(N, h, \delta)$ – погрешность вычисления функции распределения; N – число реализаций случайной величины; h – квантиль (параметр) распределения случайной величины; δ – интервал усреднения квантили при построении гистограммы распределения.

На рис. 1 приведены результаты вычисления погрешности по формуле (1) функции нормального распределения для числа

реализаций случайной величины $N=2e7$ и шага дискретизации δ для заданных значений квантили в диапазоне от -5 до 5 .

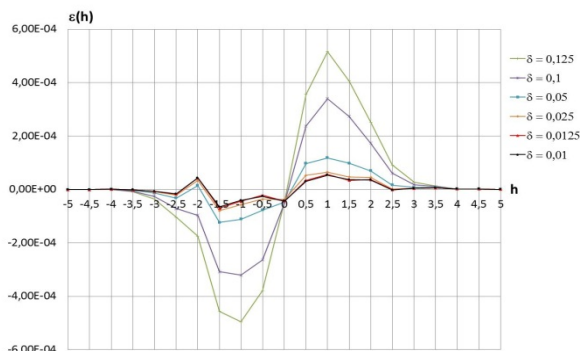


Рис. 1. Зависимость погрешности вычисления функции нормального распределения (по гистограмме) от шага дискретизации δ по квантили h для числа реализаций $N=2e7$

В табл. 1 приведены максимальные значения погрешности, полученные при моделировании нормального распределения.

Таблица 1

Число реализаций случайной величины, N	1e6	5e6	1e7	2e7
Интервал усреднения квантили δ (число интервалов)	0,05 (200)	0,05 (200)	0,025 (400)	0,025 (400)
Погрешность вычисления функции распределения, ε	0,00075	0,0005	0,00025	0,0001

Необходимо отметить, что основное число погрешностей сосредоточено в диапазоне от $-2,5$ до $2,5$ квантили. В диапазонах от -5 до -3 и от 3 до 5 погрешностей на порядок меньше.

По аналогичной схеме была сделана оценка погрешности для равномерного закона распределения. На рис. 2 приведены результаты оценки погрешности для равномерного закона распределения. В табл. 2 приведены максимальные значения погрешности, полученные при моделировании равномерного распределения.

Таблица 2

Число реализаций случайной величины, N	1e6	5e6	1e7	2e7
Интервал усреднения квантили δ (число интервалов)	0,025 (400)	0,025 (400)	0,025 (400)	0,025 (400)
Погрешность вычисления функции распределения, ε	0,0006	0,0003	0,00025	0,00025

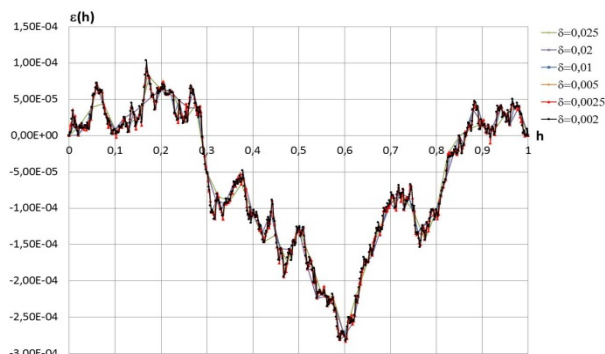


Рис. 2. Зависимость погрешности вычисления функции равномерного распределения от шага дискретизации δ по квантили h для числа реализаций $N=2e7$

Считая, что погрешность вычисления функции распределения $\varepsilon=2,5e-4$ приемлема для решения поставленной задачи, моделирование процесса разброса внутрибаллистических характеристик будем проводить для $N=2e7$ псевдослучайных чисел и интервала осреднения квантили $\delta=0,025$.

Исходные данные для оценки разбросов внутрибаллистических характеристик приведены в табл. 3.

Таблица 3

Наименование параметра	Значение, размерность	Закон распределения	Вероятность
Номинальная температура	+10 °C		
Допустимое отклонение формулярной скорости горения заряда от номинального значения (ΔU_{ϕ})	$\pm 3,0 \%$	Нормальный усеченный	0,9
Температурный диапазон эксплуатации	от -40 °C до $+50$ °C	Равномерный	1,0
Предельное случайное отклонение среднего давления на установленном режиме	$\pm 4,0 \%$	Нормальный	0,99
Предельное случайное отклонение среднего расхода на установленном режиме	$\pm 3,5 \%$	Нормальный	0,99
Предельное случайное отклонение текущего давления	$\pm 6,0 \%$	Нормальный	0,99
Показатель степени в законе скорости горения, ν	0,35		
Коэффициент температурной чувствительности скорости горения, α'	0,2 %/°C		

Разброс давления (расхода) в камере сгорания моделируется как сумма некоррелированных случайных составляющих в соответствии с исходными данными [3].

Случайная составляющая давления за счет отклонения формулярной скорости от номинального значения

$$\Delta P_{\phi} = \xi_1 - \frac{U_{\phi}}{1,645(1-\nu)}, \quad (2)$$

где ξ_1 – нормально распределенное случайное число ($m=0$; $\sigma=1$), при этом $1,645 \leq \xi_1 \leq 1,645$; $-1,645, +1,645$ – квантили усечения нормального распределения, соответствующие вероятности 0,9.

Случайная составляющая отклонения давления за счет отличия температуры эксплуатации от номинальной

$$\Delta P_T = [\xi_2(\beta - \alpha) + \alpha - t_n] \frac{\alpha'}{(1-\nu)}, \quad (3)$$

где α – нижняя граница температурного диапазона применения ($\alpha=-40^{\circ}\text{C}$); β – верхняя граница температурного диапазона применения ($\beta=50^{\circ}\text{C}$); ξ_2 – равномерно распределенное случайное число на интервале от 0 до 1.

Случайная составляющая отклонения среднего давления на установившемся режиме

$$\Delta P_{cp} = \xi_3 \frac{\delta_{cp}}{h_{cp}}, \quad (4)$$

где ξ_3 – нормально распределенное случайное число ($m=0$; $\sigma=1$); $\delta_{cp}=\pm 4\%$ – предельное случайное отклонение среднего давления на установившемся режиме; $h_{cp}=\pm 2,575$ – верхнее и нижнее значения квантили нормального распределения, соответствующие вероятности 0,99.

Случайная составляющая отклонения текущего давления

$$\Delta P_{ct} = \xi_4 \frac{\delta_{ct}}{h_{ct}}, \quad (5)$$

где ξ_4 – нормально распределенное псевдослучайное число ($m=0$; $\sigma=1$); $\delta_{ct}=\pm 6\%$ – предельное случайное отклонение текущего давления; $h_{cp}=\pm 2,575$ – верхнее и нижнее значения квантили нормального распределения, соответствующие вероятности 0,99.

Случайная составляющая отклонения среднего расхода на установившемся режиме

$$\Delta G_{cp} = \xi_5 \frac{\delta_{cp}}{h_{cp}}, \quad (6)$$

где ξ_5 – нормально распределенное случайное число ($m=0$; $\sigma=1$); $\delta_{cp}=\pm 3,5\%$ – предельное случайное отклонение среднего расхода на установившемся режиме; $h_{cp}=\pm 2,575$ – верхнее и нижнее значения квантили нормального распределения, соответствующие вероятности 0,99.

Суммарное (композиция) случайное отклонение давления (расхода) определяется как сумма отклонений составляющих [3]

$$\Delta P_{\Sigma} = \Delta P_{\phi} + \Delta P_T + \Delta P_{cp} \quad (7)$$

с точностью до первой производной и как произведение

$$\Delta P_{\Pi} = 100 \left[\frac{(1 + 0,01\Delta P_{\phi})(1 + 0,01\Delta P_T)}{(1 + 0,01\Delta P_{cp})} - 1 \right] \quad (8)$$

Коэффициенты 0,01 и 100 введены в выражение (8), так как отклонения определены в процентах.

В случае определения композиции случайного отклонения расхода вместо ΔP_{cp} используется ΔG_{cp} .

На рис. 3, 4 приведены функции плотности и распределения для суммы случайных отклонений и их произведения. Предельные разбросы давления и расхода определяли для вероятности $P=0,99$. При этом, учитывая асимметричность функции плотности распределения, с целью минимизации суммарного разброса вероятности выхода за нижнюю и верхнюю границы предельных разбросов принимались равными 0,005.

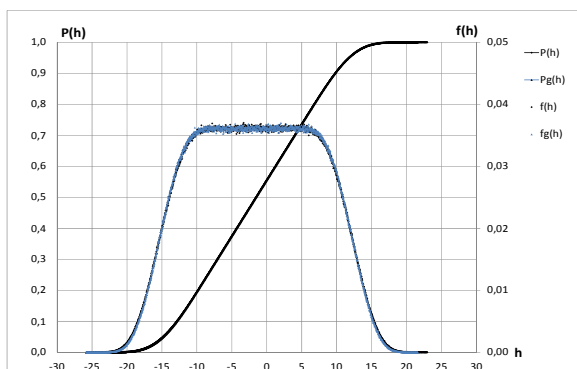


Рис. 3. Функции плотности $f(h)$, $fg(h)$ и распределения $P(h)$, $Pg(h)$ для суммы случайных отклонений

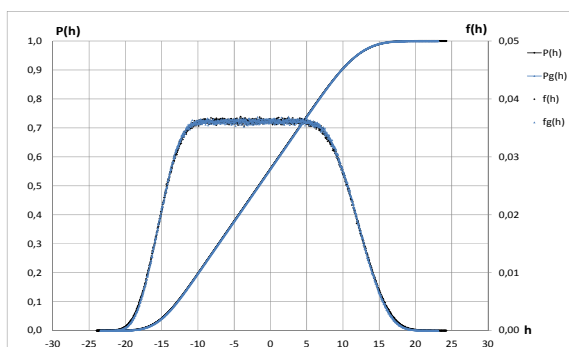


Рис. 4. Функции плотности $f(h)$, $fg(h)$ и распределения $P(h)$, $Pg(h)$ для произведения случайных отклонений

В табл. 4 приведены результаты определения предельных разбросов давления, расхода и максимального давления для заданных исходных данных.

В скобках приведен максимальный разброс давления для вероятностей $P=0,99$ и $P=0,995$, которые соответствуют верхнему предельному разбросу расхода и давления.

Таблица 4

Параметр	Разброс по ОСТ-92-4826-83	Разброс по Монте-Карло, сумма отклонений	Разброс по Монте-Карло, произведение отклонений
Среднее давление, %	-20,8; +17,7; $\Sigma 38,5$	-18,69; +15,61; $\Sigma 34,3$	-18,04; +16,15; $\Sigma 34,19$
Средний расход, %	-20,7; +17,6; $\Sigma 38,3$	-18,50; +15,43; $\Sigma 33,93$	-17,88; +15,92; $\Sigma 33,8$
Максимальное давление, %	+19,57	+16,02 (+17,19)	+16,64 (+17,98)

Анализ данных, представленных в таблице показывает, что применение метода Монте-Карло позволяет повысить точность расчета разбросов среднего давления и расхода. При этом суммарный разброс уменьшается на 10–12 %.

Уточнение значения разброса давления и расхода произведением составляющих отклонений дало незначительное уменьшение суммарного разброса 0,5–0,3 %.

Уточнение значения разброса максимального давления привело к снижению максимального давления на 3–3,5 % для вероятности $P=0,99$ и на 1,5–2,0 % для вероятности $P=0,995$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Венцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Физматгиз, 1962. – 564 с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
3. Соркин Р.Е. Теория внутренней баллистики РДТТ. – М.: Наука, 1964. – 252 с.
4. Программирование в Delphi 5. – М.: ЗАО "Издательство БИНОМ", 2000. – 1072 с.

Статья поступила 07.12.2015