

Д-р техн. наук А. В. Усов, М. В. Куніцин

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ МАТЕРІАЛАХ НЕОДНОРІДНОЇ СТРУКТУРИ

Міцність реальних твердих тіл істотно залежить від дефектності структури. У реальних матеріалах завжди є велика кількість різних мікрodefektів, розвиток яких під дією навантаження призводить до виникнення тріщин та їх збільшення і, як наслідок, локального або повного руйнування. У цій роботі на основі методу сингулярних інтегральних рівнянь подано єдиний підхід до розв'язування задач термопружності для тіл, ослаблених неоднорідностями. Метою роботи є врахування впливу неоднорідностей у матеріалах елементів ракетних конструкцій на їх функціонально-градієнтні властивості, у тому числі на міцність. Вибір методу дослідження міцності та руйнування елементів конструкцій залежить від розміру досліджуваного об'єкта. Мікродослідження пов'язані з неоднорідностями, які формуються у поверхневому шарі на етапі одержання заготовки, у процесі виготовлення елементів конструкції. Урахування дефектності дозволяє адекватно розглядати механізм руйнування об'єктів як процес розвитку тріщин. Досліджуючи граничний стан реальних елементів, ослаблених дефектами, і будуючи на цій основі теорію міцності та руйнування, крім детермінованого потрібно розглядати і ймовірно-статистичний підхід. За теплового впливу на елементи конструкцій, у яких спостерігаються рівномірно розсіяні, випадково розподілені дефекти типу тріщин, що не взаємодіють між собою, закони спільного розподілу довжини та кута орієнтації яких відомі, визначено граничне значення теплового потоку для зрівноваженого стану тріщини, що має довжину найслабшої ланки. Вплив неоднорідностей технологічного походження (починаючи із заготовки і закінчуючи готовим виробом), які виникають у поверхневому шарі під час виготовлення елементів конструкцій, на руйнування виробу враховує розроблена модель. Розв'язок сингулярного інтегрального рівняння з ядром Коші дозволяє визначити інтенсивність напружень в околі вершин дефектів типу тріщин і, порівнюючи її з критерієм тріщиностійкості для матеріалу конструктивного елемента, можна визначити його стан. У разі порушення цього критерію дефект «слабка ланка» розвивається у магістральну тріщину. Крім того, одержано критеріальне співвідношення умови зрівноваженого стану дефекту завдовжки $2l$ залежно від значення контактної температури. Під час охолодження зварного шва у ньому розвиваються гарячі тріщини, які спричиняють брак у зварних елементах конструкцій. Результати моделювання з використанням сингулярних інтегральних рівнянь дають можливість ефективно оцінити вплив сторонніх наповнювачів на втрату функціональних властивостей неоднорідними системами. У свою чергу точне визначення порядку і характеру сингулярності біля вершин гострокутної недосконалості в неоднорідному середовищі, подане в аналітичному вигляді, потрібне для формулювання і запису відповідних критеріальних співвідношень для визначення функціональних властивостей неоднорідних систем.

Ключові слова: математична модель, лінійні системи, сингулярні інтегральні рівняння, імпульсна характеристика, дефекти, критерії руйнування стохастично дефектних тіл, задача Рімана, термопружний стан.

The strength of real solids depends essentially on the defect of the structure. In real materials, there is always a large number of various micro defects, the development of which under the influence of loading leads to the appearance of cracks and their growth in the form of local or complete destruction. In this paper, based on the method of singular integral equations, we present a unified approach to the solution of thermal elasticity problems for bodies weakened by inhomogeneities.

The purpose of the work is to take into account the heterogeneities in the materials of the elements of the rocket structures on their functionally-gradient properties, including strength.

The choice of the method of investigation of strength and destruction of structural elements depends on the size of the object under study. Micro-research is related to the heterogeneities that are formed in the surface layer at the stage of preparation, the technology of manufacturing structural elements. Defectiveness allows you to adequately consider the mechanism of destruction of objects as a process of development of cracks. In studying the limit state of real elements, weakened by defects and constructing on this basis the theory of their strength and destruction in addition to the deterministic one must consider the probabilistic-statistical approach.

In the case of thermal action on structural elements in which there are uniformly scattered, non-interacting randomly distributed defects of the type of cracks, the laws of joint distribution of the length and angle of orientation of which are known, the limiting value of the heat flux for the balanced state of the crack having the length of the "weakest link" is determined. The influence of heterogeneities of technological origin (from the

workpiece to the finished product) that occur in the surface layer in the technology of manufacturing structural elements on its destruction is taken into account by the developed model.

The strength of real solids depends essentially on the defect of the structure. In real materials, there are always many various micro defects, the development of which under the influence of loading leads to the appearance of cracks and their growth in the form of local or complete destruction. In this paper, based on the method of singular integral equations, we present a unified approach to the solution of thermal elasticity problems for bodies weakened by inhomogeneities.

The purpose of the work is to take into account the heterogeneities in the materials of the elements of the rocket structures on their functionally gradient properties, including strength.

The choice of the method of investigation of strength and destruction of structural elements depends on the size of the object under study. Micro-research is related to the heterogeneities that are formed in the surface layer at the stage of preparation, the technology of manufacturing structural elements. Defectiveness allows you to adequately consider the mechanism of destruction of objects as a process of development of cracks. In studying the limit state of real elements, weakened by defects and constructing on this basis the theory of their strength and destruction besides the deterministic one must consider the probabilistic-statistical approach.

With thermal action on structural elements in which there are uniformly scattered, non-interacting randomly distributed defects of the cracks, the laws of joint distribution of the length and angle of orientation of which are known, the limiting value of the heat flux for the balanced state of the crack having the length of the "weakest link" is determined. The influence of heterogeneities of technological origin (from the workpiece to the finished product) that occur in the surface layer in the technology of manufacturing structural elements on its destruction is taken into account by the developed model.

The solution of the singular integral equation with the Cauchy kernel allows one to determine the intensity of stresses around the vertexes of defects of the cracks, and by comparing it with the criterion of fracture toughness for the material of a structural element, one can determine its state. If this criterion is violated, the weak link defect develops into a trunk crack. Also, a criterion correlation of the condition of the equilibrium defect condition with a length of $2l$ was got, depending on the magnitude of the contact temperature. When the weld is cooled, it develops "hot cracks" that lead to a lack of welding elements of the structures. The results of the simulation using singular integral equations open the possibility to evaluate the influence of third-party fillers on the loss of functional properties of inhomogeneous systems. The exact determination of the order and nature of the singularity near the vertices of the acute-angled imperfection in the inhomogeneous medium, presented in the analytical form, is necessary to plan and record the corresponding criterion relations to determine the functional properties of inhomogeneous systems.

Keywords: mathematical model, linear systems, singular integral equations, impulse response, defects, criteria for the destruction of stochastically defective bodies, Riemann problem, thermoelastic state.

Вступ

Найефективнішими серед загального арсеналу методів дослідження фізичних процесів, що відбуваються у середовищах неоднорідної структури, і електромагнітних сигналів у середовищах зі змінними характеристиками, а також формування мікротріщин у конструкційних матеріалах, що мають різні неоднорідності спадкового походження, до цього часу залишаються методи із застосуванням інтегралів Коші, крайових задач теорії аналітичних функцій, а також метод сингулярних інтегральних рівнянь [1–5].

Міцність реальних твердих тіл істотно залежить від дефектності структури. У реальних матеріалах завжди є велика кількість різних мікродефектів, розвиток яких під дією навантаження призводить до виникнення тріщин та їх збільшення і, як наслідок, локального або повного руйнування.

У цій роботі на основі методу сингулярних інтегральних рівнянь подано єдиний підхід до розв'язування задач термопружності для тіл, ослаблених неоднорідностями [6–9].

Метою роботи є врахування впливу неоднорідностей у матеріалах елементів ракетних конструкцій на їх функціонально-градієнтні властивості, у тому числі й на міцність.

Вибір методу дослідження міцності та руйнування елементів конструкцій залежить від розміру досліджуваного об'єкта. Мікродослідження пов'язані з неоднорідностями, які формуються в поверхневому шарі на етапі одержання заготовки, у процесі виготовлення елементів конструкцій. Урахування дефектності дозволяє адекватно розглядати механізм руйнування об'єктів як процес розвитку тріщин. Під час дослідження граничного стану реальних елементів, ослаблених дефектами, і побудови на цій основі теорії їх міцності та

руйнування, крім детермінованого потрібно розглядати і ймовірно-статистичний підхід [10–12].

Поставлення проблеми

Розглянемо деякі положення, необхідні для моделювання систем у неоднорідному просторі. Внутрішню та зовнішню області, розділені системою замкнутих контурів, що входять до контуру L , позначимо відповідно S^+ і S^- , при цьому вважаємо, що зовнішня область S^- містить нескінченно віддалену точку комплексної площини C . Нехай функція $f(t) \in H^{(\mu)}(L)$, де $H^{(\mu)}(L)$ – безліч неперервних за Гельдером на контурі функцій, тобто таких, що відповідають умовам [4, 5, 13]:

$$|f(t_2) - f(t_1)| \leq A|t_2 - t_1|^\mu;$$

$$A > 0; \quad 0 < \mu < 1.$$

Константа A тут – постійна Гельдера, а μ – показник Гельдера. При цьому в точках $z \in L$ комплексної площини C існує як головне значення інтеграл типу Коші

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f(\tau) d\tau}{\tau - z}, \quad z \notin L,$$

до того ж у точках $z \in L$ цей інтеграл існує у звичайному розумінні, а на контурі L справедливим є співвідношення [2]:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f(\tau) d\tau}{\tau - t} =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f(\tau) - f(t)}{\tau - t} d\tau + \frac{1}{2} f(t),$$

у якому інтеграл правої частини абсолютно збігається. Властивості інтеграла типу Коші використовують безпосередньо для розв'язання двовимірних задач теорії пружності. Наприклад, граничні значення сингулярного інтеграла подано у вигляді [2]:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\Phi(t) \bar{dt}}{t - z},$$

де $\Phi(t)$ належить до класу функцій Гельдера $H^{(\mu)}$.

Спільне застосування основних положень плоскої задачі теорії пружності, а також теорії функцій комплексної змінної або ж методу сингулярних інтегральних рівнянь дозволяє оцінити напружено-деформований стан біля дефекту типу

тріщини або жорсткого включення. Особливе значення при цьому має асимптотика розподілів тензора напружень і вектора переміщень, викликаних внесенням зазначених дефектів у пружне тіло. В асимптотичному наближенні об'єднані тензор напружень і вектор переміщень біля вершин прямолінійного жорсткого включення або тріщини подають таким чином [6]:

$$4G \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{K_I^\pm}{\rho^*} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{pmatrix} [2(x + \rho^*) + 1] \cos \frac{\beta}{2} - \cos \frac{3\beta}{2} \\ [2(x - \rho^*) - 1] \sin \frac{\beta}{2} - \sin \frac{3\beta}{2} \end{pmatrix} -$$

$$= \frac{K_{II}^\pm}{\rho^*} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{pmatrix} [2(x + \rho^*) + 1] \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{3\beta}{2} \\ -[2(x - \rho^*) - 1] \cos \frac{\beta}{2} - \cos \frac{3\beta}{2} \end{pmatrix} +$$

$$+ O(r^{3/2}),$$

де (u, v) – компоненти вектора пружних переміщень; K_I^\pm, K_{II}^\pm – коефіцієнти інтенсивності напружень (коефіцієнти при сингулярній частині напружень); знаки «+» і «-» відповідають правій і лівій вершинам лінійного тріщиноподібного дефекту. Якщо $\rho^* = -1$, з наведених формул випливає відомий асимптотичний розподіл біля тріщини, а якщо $\rho^* = x$, де $x = 3 - 4\mu$ для плоскої деформації та $x = (3 - \mu)/(1 - \mu)$ для плоского напруженого стану, отримуємо відповідну асимптотику в разі твердого включення [6, 14, 15].

Напруження у вершині тріщиноподібного дефекту мають кореневу особливість $1/\sqrt{r}$, де r – відстань від кінця тріщини або включення. При цьому коефіцієнти K_I і K_{II} характеризують локальне підвищення рівня напружень у вершині тріщиноподібного дефекту, а їх значення не залежать від координат цього дефекту. Хоча розмірність коефіцієнтів інтенсивності напружень, на перший погляд, здається незвичайною – $\text{МПа} \cdot \sqrt{m}$, ці величини можна інтерпретувати як певну напругу, що діє на відстані $\pi/2$ від вершини.

Результати моделювання дають можливість ефективно оцінити вплив сторонніх

наповнювачів на втрату міцності пружного тіла, що містить зазначені недосконалісті. У свою чергу точне визначення порядку та характеру сингулярності напружень біля вершин гострокутної недосконалісті у пружному матеріалі, подане в аналітичному вигляді, потрібне в механіці руйнування для формулювання та запису відповідних критеріальних співвідношень міцності.

Крайова задача Рімана полягає у такому: потрібно знайти кусково-голоморфну функцію $\Phi(z)$ з лінії стрибків C , що має скінченний порядок на нескінченності, за граничною умовою

$$\Phi^+(t) = G(t)\Phi^-(t) + g(t), \quad t \in C, \quad (1)$$

де $G(t), g(t)$ – задані на C функції класу H_0 , які називають коефіцієнтом і вільним членом задачі. Рівність (1) має виконуватися для всіх звичайних точок лінії C .

Розглянемо попередньо відповідну (1) однорідну крайову задачу Рімана з умовою

$$\Phi^+(t) = G(t)\Phi^-(t), \quad t \in C. \quad (2)$$

Розв'язок $X(Z)$ однорідної задачі [1] називають канонічним розв'язком, якщо не тільки $X(Z)$, але й $1/X(Z)$ є кусково-голоморфними функціями.

Передбачається, що коефіцієнт $G(t)$ належить до класу H_0 і ніде на C в нуль не перетворюється. Домовимося розуміти під $\ln G(t)$ цілком визначену для кожної дуги $a_k b_k$ гілку логарифмічної функції. Очевидно, що $\ln G(t)$ також належить до класу H_0 .

Розглянемо інтеграл типу Коші

$$\gamma(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\ln G(t) dt}{t - z}.$$

Тоді поведінку функції $\exp \gamma(z)$ в околі кута c_j характеризує формула

$$\exp \gamma(z) = (z - c_j)^{\alpha_j + \beta_j} \exp \gamma_0(z).$$

Шукатимемо канонічний розв'язок задачі (2) у вигляді:

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \exp \gamma(z) \prod_{j=1}^n (z - c_j)^{-x_j} = \\ &= \prod_{j=1}^n (z - c_j)^{\alpha_j - x_j + \beta_j} \exp \gamma_0(z), \end{aligned}$$

де x_j – цілі числа, які обирають так, щоб було забезпечено потрібну поведінку функції $X(Z)$ в околах вузлів лінії C , а саме $-1 < a_j - b_j < 1$.

Дистанційне зондування є одним з ефективних методів дослідження природних явищ, який успішно застосовують для вивчення неоднорідних середовищ, дослідження їх характеристик, а також для визначення особливостей їх еволюції [16, 17].

Відомо, що реакцію довільної лінійної системи зі змінними параметрами на вплив певного вхідного сигналу $S(t)$ можна описати за допомогою інтегрального рівняння такого вигляду [18]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) s(\tau) d\tau = g(t). \quad (3)$$

Отже, поведінку системи повністю визначає вид ядра $h(\tau, t)$, яке називають імпульсною характеристикою системи.

Слід відзначити, що розв'язування рівняння (3) щодо невідомої функції $s(t)$ є досить складним завданням, а відновлення імпульсної характеристики $h(\tau, t)$ за відомими значеннями функцій $s(t)$ та $g(t)$ неможливе без додаткових відомостей про її властивості.

У цьому випадку імпульсна характеристика на всьому проміжку не залежить від t , тобто $h(\tau, t) = h(\tau)$, що приводить до математичної моделі, у якій використовують рівняння типу згортки:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau) s(\tau) d\tau = g(t)$$

або $hS = g$. Простота розв'язування рівнянь такого типу (як щодо $s(t)$, так і щодо $h(\tau)$) робить цей підхід досить ефективним у багатьох прикладних задачах.

Математичні моделі, побудовані на основі рівнянь такого типу, дозволяють з необхідною точністю вивчати процеси в неоднорідних середовищах зі змінними параметрами, що відкриває нові можливості для їх дослідження.

Сингулярні інтегральні рівняння (СІР) з некарлеманівськими зсувами належать до ширшого класу рівнянь порівняно зі

звичайними СІР і відповідно дають можливість окреслити ще ширший клас лінійних систем зі змінними параметрами. Зсув аргументу в рівняннях такого типу відповідає різним особливостям у поведінці лінійних систем (зображення об'єктів, ефект Доплера, модуляція сигналів та ін.).

Розглянемо СІР з чисто статичними ядрами на відрізках дійсної осі $[\alpha, \beta]$:

$$A(x) \int_{\alpha}^x \frac{v(\tau) d\tau}{(x-\tau)^{\lambda}} + B(x) \int_x^{\beta} \frac{v(\tau) d\tau}{(\tau-x)^{\lambda}} = f(x), \quad (4)$$

$$0 < \lambda < 1.$$

Граничні значення допоміжної кусково-голоморфної функції

$$\Phi(z) = \int v(\tau) S_b^{\lambda}(z, \tau) d\tau = \int_{\alpha}^{\beta} v(\tau) \left(\frac{\beta-z}{\tau-z} \right)^{\lambda} d\tau$$

обчислюють за формулою

$$\Phi^{\pm}(x) = e^{\pm i\pi\lambda} \int_{\alpha}^x v(\tau) S_b(t, \tau) d\tau + \int_x^{\beta} v(\tau) S_b(x, \tau) d\tau.$$

З їх допомогою отримаємо крайову умову задачі Рімана $\Phi^+(x) = G(x)\Phi^-(x) + g(x)$:

$$G(x) = \frac{A(x) - e^{i\pi\lambda} B(x)}{A(x) - e^{-i\pi\lambda} B(x)},$$

$$g(x) = \frac{2i \sin \pi\lambda (\beta-x)^{\lambda} f(x)}{A(x) - e^{-i\pi\lambda} B(x)}.$$

За розв'язком $\Phi(z)$ крайової задачі розв'язок $v(x)$ СІР знаходимо з рівняння Абеля [2]

$$2i \sin \pi\lambda \int_{\alpha}^x v(\tau) \left(\frac{\beta-x}{x-\tau} \right)^{\lambda} d\tau = O^+(\tilde{0}) - O^-(\tilde{0});$$

$$2i \sin \pi\lambda \int_x^{\beta} v(\tau) \left(\frac{\beta-x}{x-\tau} \right)^{\lambda} d\tau = -e^{-i\pi\lambda} \Phi^+(x) + e^{i\pi\lambda} \Phi^-(x).$$

Запишемо рівняння (4) у вигляді СІР з ядром Коші

$$A_1(x)\mu(x) + \frac{B_1(x)}{\pi i} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\mu(\xi) d\xi}{\xi-x} = f_1(x); \quad (5)$$

$$A_1(x) = A(x) - B(x) \cos \pi\lambda;$$

$$B_1(x) = i \sin \pi\lambda B(x);$$

$$f_1(x) = (\beta-x)^{1-\lambda} f(x)$$

щодо функції

$$\mu(x) = (\beta-x)^{1-\lambda} \int_{\alpha}^x \frac{v(\tau) d\tau}{(x-\tau)^{\lambda}} = \frac{1}{\beta-x} \int_{\alpha}^x \left(\frac{\beta-x}{x-\tau} \right)^{\lambda} v(\tau) d\tau.$$

СІР (5) у свою чергу еквівалентне крайовій задачі Рімана

$$\Phi^+(x) = G(x)\Phi^-(x) + g_1(x);$$

$$G(x) = \frac{A_1(x) - B_1(x)}{A_1(x) + B_1(x)} = \frac{A(x) - e^{i\pi\lambda} B(x)}{A(x) - e^{-i\pi\lambda} B(x)}; \quad (6)$$

$$g_1(x) = \frac{f_1(x)}{A_1(x) + B_1(x)} = \frac{(\beta-x)^{\lambda-1} f(x)}{A(x) - e^{i\pi\lambda} B(x)}.$$

Як і очікувалося, задача Рімана (6) має такий самий коефіцієнт $G(x)$, що і задача (4).

Поведінка на кінцях відрізка $[\alpha, \beta]$ шуканого розв'язку $\Phi(z)$ крайової задачі Рімана [2] залежить від поведінки функції $\mu(x)$. Якщо розв'язок $v(x)$ СІР (6) допускає в точках α і β інтегровані особливості, то функція $\mu(x)$, що відповідає йому, задовольняє на інтервалі (α, β) умову H з показником, більшим ніж $1-\lambda$, і допускає в точках α і β особливості порядків, менших ніж λ і 1 відповідно. З іншого боку, якщо функція $\mu(x)$ (різниця граничних значень розв'язку крайової задачі Рімана) задовольняє умову H з показником, більшим ніж $1-\lambda$ на інтервалі (α, β) , і допускає в точках α і β особливості порядків, менших ніж λ і 1, то розв'язок $v(x)$, що їм відповідає, має в точках α і β інтегровані особливості.

Вважатимемо, що коефіцієнти $A(x)$, $B(x)$ рівняння (6) задовольняють H з показником, більшим ніж $1-\lambda$ права частина $f(x)$ задовольняє ту саму умову H на інтервалі (α, β) і допускає в точках α і β особливості порядків, менших ніж λ . Крім того, нехай виконується умова

$$\begin{aligned} \Omega(x) &= A_1^2(x) + B_1^2(x) = \\ &= A^2(x) - 2\cos\pi\lambda A(x)B(x) + B^2(x) \neq 0. \end{aligned}$$

Очевидно, що $|G(x)|=1$. Позначимо через $\theta(x)=\arg G(x)$ таку гілку багатозначної функції, що $-2\pi < \theta(\alpha) \leq 0$. Тоді якщо $\theta(\alpha) < 2\pi\lambda$, можна будувати необмежений на кінці $x=\alpha$ розв'язок крайової задачі Рімана; якщо ж $\theta(\alpha) \leq 2\pi\lambda$, то розв'язок задачі Рімана має бути обмеженим на цьому кінці. На кінці $x=\beta$ розв'язок крайової задачі може бути необмеженим. Припущення про гелдерівські властивості коефіцієнтів у правій частині рівняння [10] забезпечить належність різниці граничних значень розв'язання крайової задачі Рімана до класу H з показником, більшим ніж $1-\lambda$.

Виклад основного матеріалу

На міцність і руйнування реальних елементів конструкцій істотно впливають неоднорідність і дефектність (структурні, технологічні та деформаційні пошкодження) їх матеріалів. Тому під час визначення несучої здатності таких елементів виникає потреба враховувати мікронеоднорідність і дефектність матеріалів і виробів. Серед різних дефектів тріщини, загострені порожнини і сторонні включення набувають особливого значення, оскільки вони викликають значну концентрацію напружень в елементах конструкцій. Розвиток таких дефектів у нестійку магістральну тріщину призводить до локального або повного руйнування. Урахування дефектності дозволяє більш точно визначати несучу здатність елементів конструкцій.

Інтенсивність утворення тріщин визначається властивостями структурних складових, їх орієнтацією в матриці металів, схильних до цього виду браку. Тому доцільно розглянути вплив структурних параметрів на основний критерій локального руйнування K_{1C} .

Схильність металів до утворення тріщин як під час виготовлення елементів конструкцій, так і під час їх експлуатації залежить від металургійної та структурної спадковості, яка визначається способами виплавлення та ступенем розкиснення, фазовими

перетвореннями у сплавах, режимами термічного, хіміко-термічного оброблення й іншими операціями. При цьому параметрами, що враховують залежність напруженого стану від структурних складових, є набір механічних характеристик ($K_{1C}, K_C, K_{ISC}, K_{th}$) механіки руйнування.

Як основу структурного аналізу для оцінювання тріщиностійкості сплавів використовують закономірності впливу структурних факторів на K_{1C} . Оскільки оптимізація сплавів вимагає поєднання високих показників міцності і тріщиностійкості, такий аналіз доцільно виконувати на базі діаграм конструктивної міцності в координатах $K_{1C} - \sigma_{0.2}$.

Коефіцієнт тріщиностійкості K_{1C} може змінюватися в досить широкому діапазоні залежно від складу сплавів і сталей, способу металургійного походження заготовки і подальшого термічного та інших видів зміцнювальних оброблень для одержання з неї кінцевого виробу. Для звичайних конструкційних сталей реалізовані значення K_{1C} перебувають у межах $16-110 \text{ МПа} \cdot \sqrt{m}$, при цьому максимальні рівні K_{1C} спостерігаються у низькоміцних і низьковуглецевих сталей. Підвищення міцності сталі зі збільшенням вмісту вуглецю або зниженням температури відпуску після гартування закономірно призводить до спаду K_{1C} до зазначеної нижньої межі, яка характерна для інструментальних низьковідпущених сталей ($K_{1C} = 18-20 \text{ МПа} \cdot \sqrt{m}$) (рис. 1).

Оскільки основним металургійним фактором зміцнення низько- і помірноплегованих сталей прийнято вважати вміст вуглецю, існують відповідні залежності, що показують діапазон і верхню межу значень K_{1C} сталей у стані низького відпуску ($100-200 \text{ }^\circ\text{C}$), а також високого відпуску ($400-500 \text{ }^\circ\text{C}$). Проте у ряді випадків, коли необхідно забезпечити високу міцність, доводиться застосовувати низьковідпущені сталі. У них при вмісті вуглецю $0,4-0,6 \%$ спостерігається різкий спад K_{1C} , що насамперед пов'язують з утворенням двійникового мартенситу [19, 20]. До інших

структурних чинників зниження в'язкості руйнування сталі мартенситної структури слід зарахувати наявність феритних включень і верхнього бейніту. Вплив залишкового аустеніту на K_{IC} неоднозначний і залежить від його кількості та розподілу в мікроструктурі сталі (рис. 2).

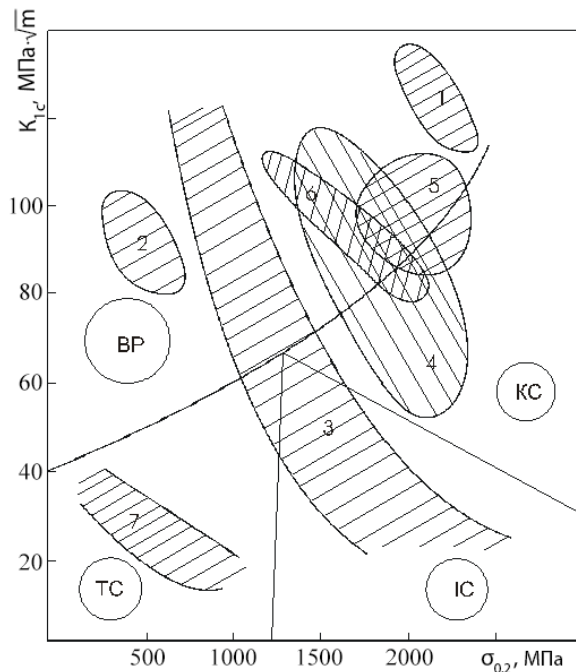


Рис. 1. Узагальнена діаграма конструктивної міцності конструкційних сталей:

1 – метастабільних аустенітових; 2 – низьковуглецевих; 3 – середньо- і високовуглецевих; 4 – мартенситностаріючих; 5 – з наддрібним зерном; 6 – після термомеханічного оброблення; 7 – евтектоїдної зі структурою пластинчастого перліту TC, IC, KC і BP – області руйнування за механізмом транскристалітного сколення, інтерсколення, квазісколення та в'язкого типу відповідно

Літературні дані про вплив зерна чистого фериту на K_{IC} відсутні. Разом з тим для сталей у стані відпускнуї крихкості виявлено залежність між K_{IC} і розміром зерна D [21]:

$$K_{IC} = A + BD^{-\frac{1}{2}},$$

де A, B – це коефіцієнти лінійної апроксимації, які знаходять методом найменших квадратів.

Різке збільшення зерна під час перегрівання у низьковідпущених сталей сприяє значному підвищенню K_{IC} порівняно з його рівнем у кондиційних загартованих сталей.

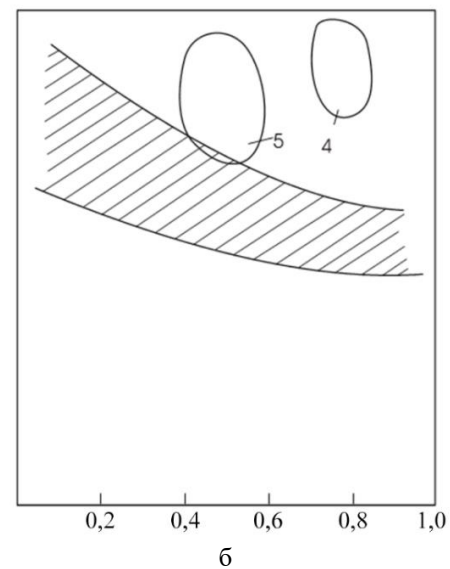
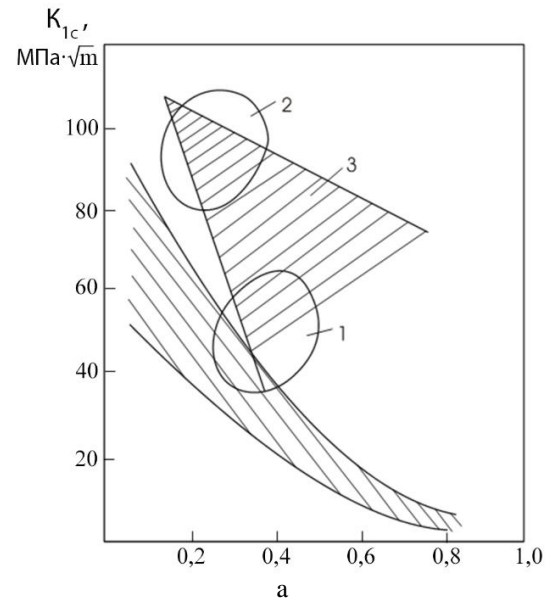


Рис. 2. Вплив вмісту вуглецю на в'язкість руйнування низьковідпущених (а) та високовідпущених (б) сталей: 1 – гартування з перегрівом; 2 – наддрібне зерно; 3 – термомеханічне оброблення; 4 – зернистий перліт; 5 – чисті сталі

Зворотна відпускну крихкість, що розвивається в багатьох конструкційних сталях під час повільного охолодження або відпуску загартованих сталей в інтервалі температур 500–550 °С, є яскравим прикладом сегрегаційного впливу фосфору та його хімічних аналогів (As, Sn та ін.) на міцність міжзернових меж. Цей вид крихкості виявляють зазвичай за серіальними кривими ударної в'язкості.

Так, на рис. 3 [19], 4 [5] наведено серіальні криві ударної в'язкості ($a_n \cdot 10^{-5}$) сталей 40X і 30XГСНА, отримані за різних режимів відпуску.

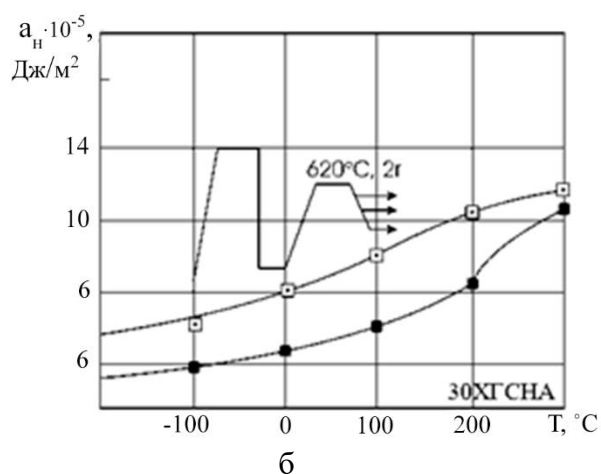
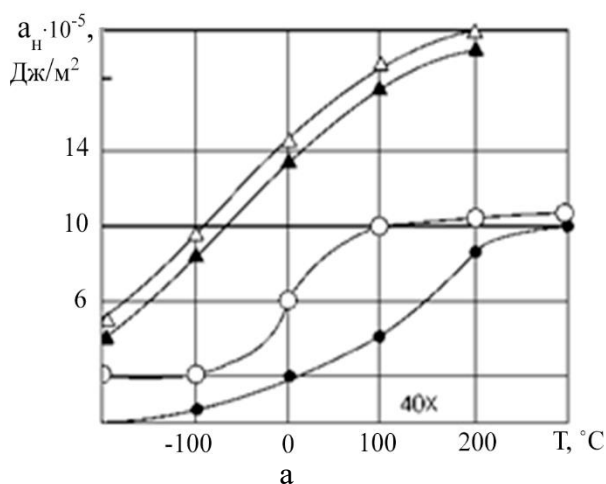


Рис. 3. Серіальні криві сталей 40X (а) і 30XГСНА(б):

△, ○, □ – відпуск за 620 °С; ▲, ●, ■ – ступеневий відпуск; □, ■, △ – температура аустенізації 900 і 860 °С; ● – аустенізація за 1200 °С, охолодження перед гартуванням до 860 °С

Максимальна крихкість сталі 40X спостерігається за 520 °С, а для сталі 30XГСНА – за 550 °С.

Незначне зміщення серіальних кривих для сталі 40X порівняно зі сталлю 30XГСНА свідчить про те, що сталь 40X менш схильна до відпускнуї крихкості. Водночас збільшення розміру аустенітного зерна у сталі 40X різко посилює ефект відпускнуї крихкості. Причому розвиток відпускнуї крихкості не позначився на міцності сталі $\sigma_{0,2}$, а викликав тільки незначне зменшення поперечного звуження ψ (див. таблицю).

Проведені у такий спосіб випробування на в'язкість руйнування дрібнозернистої (після гартування від 860 °С) сталі 40X не виявили впливу окрихчування відпуску за

$T = 20^\circ\text{C}$ на значення K_C (рис. 4) [20]. Разом з тим з укрупненням аустенітного зерна інтенсивність спаду K_C під впливом відпускнуї окрихчування зростає.

Розвиток відпускнуї крихкості

Температура аустенізації, °С	Режим відпуску	a, мкм	$\sigma_{0,2}$, МПа	$a_n \cdot 10^{-5}$, Дж/м ²	ψ , %
860	620 °С, 2 год	9,0	1300	18,4	66,7
860	620 °С, 2 год	9,0	1130	16,8	65,1
1200-860	520 °С, 4 год	217	1280	10,0	42,5
1200-860	620 °С, 2 год	217	1280	2,2	27,9
	520 °С, 4 год				

Дослідження поверхонь руйнування зразків зі сталі 30XГСНА, випробуваних на в'язкість руйнування, показали, що збільшення тривалості окрихчування (збільшення тривалості відпуску $\tau_{окр}$) викликає істотні зміни в мікроструктурі стартових ділянок зламу. У неокрихченій сталі тріщина зростала за мікромеханізмом з утворенням на поверхні ямок. Уже після мінімального окрихчування витримки ($\tau_{окр} = I\alpha$) переважало руйнування шляхом міжзернового сколення.

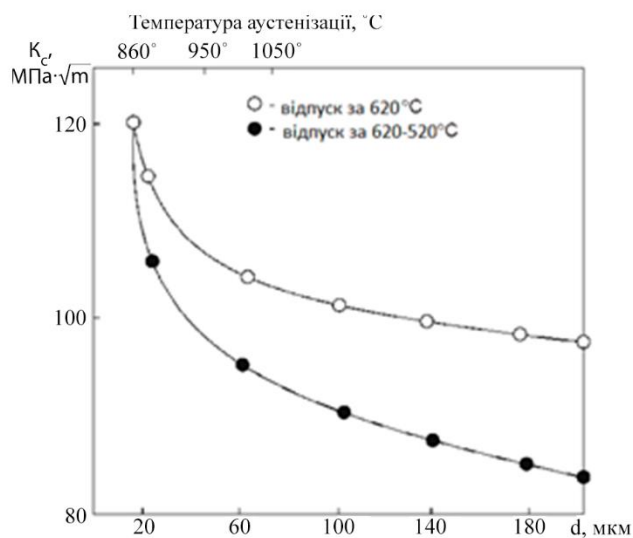


Рис. 4. Вплив розміру дійсного аустенітного зерна d на в'язкість руйнування сталі 40X K_C

Очевидним є зв'язок руйнування у сталях з окрихчуваною витримкою з розтріскуванням карбідних частинок. Згідно з дослідженнями [5, 10] розтріскування сферичних карбідних частинок діаметром d відбувається після досягнення локального руйнівного напруження [6]:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{4E\gamma\beta}{\pi(1-\mu^2)d}}$$

Приймаючи, що $\sigma_p = 2950$ МПа; $E = 200$ ГПа; $\mu = 0,32$ і ефективна поверхнева енергія $\gamma\beta = 20$ Дж/м², можна отримати значення $d_0 = 0,65$ мкм, що збігається з середнім розміром карбідних частинок у сталі.

Отже, визначальна роль карбідних частинок у руйнуванні цілком правдоподібна.

На жаль, у цей час не існує кількісних залежностей, що описують зв'язок між концентрацією сегрегуючого елемента в прошарку на межі зерна і зниженням міцності міжзернової межі.

Очевидно, що опір руйнуванню під час зростання тріщин не пов'язаний безпосередньо з міцністю міжзернової межі, хоча й впливає на інтегральне значення в'язкості руйнування K_{1C} окрихченої сталі.

Вплив домішок на тріщиностійкість сталей і сплавів істотний. Особливо ж вагома роль чистоти щодо домішок для високовідпущених сталей, коли реалізується мікро-механізм поширення тріщин. У низьковідпущених сталей вплив домішок на K_{1C} слабшає. У ряді робіт [18, 20, 23] переконливо показано негативний вплив вмісту сірки (0,008–0,009 %) на K_{1C} високоміцної сталі типу 45ХН2М, який пояснено на основі фрактографічних досліджень мікров'язкості руйнування сталі, концентраторами якого є сульфідні включення.

Вплив легування сталей на їх в'язкість руйнування у випадках, що сприяють подрібненню зерна, сприятиме певною мірою зростанню K_{1C} . Докладно досліджено роль легуючих елементів у забезпеченні опору крихкому руйнуванню сталей у роботі [5]. Помірний вміст нікелю завжди сприяє зростанню тріщиностійкості сталі. Кремній підсилює схильність мартенситу до двійни-

кування, негативно позначається на K_{1C} низьковідпущених сталей.

Аналіз зв'язку K_{1C} і перетворень під час відпуску високоміцної сталі типу 40Х2МА показує [5], що низький відпуск аж до 300°C і викликані ним виділення ε-карбиду не сприяють приросту K_{1C} . Тільки вищий відпуск і зумовлене ним перетворення плівкових і тонкопластинчастих карбідів у відокремлені частинки Fe₃C сферичного типу сприятливо позначаються на K_{1C} . Тоді пластичність матриці в цілому істотно зростає, а альтернативою квазісколення і інтерсколення стає мікров'язкість руйнування, ініційована частинками другої (дрібнодисперсної) фази.

Вторинне ствердіння, що є наслідком виділення у сталях спеціальних карбідів, призводить до зниження в'язкості руйнування.

Згідно з оцінками Райса і Джонсона [19] зв'язок K_{1C} з об'ємною часткою частинок другої фази V_f і їх середнім діаметром d можна записати у вигляді

$$K_{1C} = \left[2\sigma_T \left(\frac{\pi}{6} \right)^{1/2} d \right]^{1/2} V_f^{-1/6}$$

Інші оцінки [24] описує залежність

$$K_{1C} = \frac{(\sigma^* - \sigma_N)}{4\sqrt{N}}$$

де σ^* – константа, пов'язана з граничною руйнівною напругою; N – число частинок другої фази на одиницю площі.

Отже, інтенсивність утворення тріщин у поверхневому шарі виробів на фінішних операціях багато в чому визначається тріщиностійкістю їх матеріалів, яка формується в процесі виплавлення заготовок і наступних операцій над ними.

Підвищення чистоти сплавів за рахунок зменшення домішок завжди сприяє одночасному зростанню тріщиностійкості і короткочасної міцності. Хоча, як зазначалося вище, ступінь цього підвищення для високоміцних і низьких станів сплавів різний.

Таким же сприятливим фактором одночасного підвищення тріщиностійкості і короткочасної міцності є диспергізація структури. Зокрема, оброблення на наддрібні зерна (3–5 мкм) сприяє підвищенню границі плинності конструкційних сталей з 1300 до

1700 МПа. Подрібнення зерна сталі 37ХЗМФС шляхом циклічного електротермічного оброблення до 15 балів (1–2 мкм) забезпечило підвищення K_{1C} з 87 до 112 МПа і $\sigma_{0.2}$ від 1650 до 2070 МПа.

Найважливішим завданням підвищення тріщиностійкості високоміцних сплавів є усунення їх зернограничного руйнування, яке зазвичай характеризується найнижчою енергоємністю. Можна запропонувати такі способи впливу на структуру і склад сплавів, які забезпечують усунення інтеркристалітних руйнувань.

Перш за все, усунути зерномежову крихкість сплавів можна підвищенням температури відпуску (для свіжозагартованих і низьковідпущених сталей), а також використанням належного температурного режиму відпуску й охолодження сплавів (усунення зворотної відпускнуої крихкості).

Перспективним способом підвищення зерномежової міцності сплавів є високотемпературне термомеханічне оброблення, яке сприяє деформації меж аустенітного зерна, внаслідок чого гладкі межі піддаються фрагментації і набувають специфічної зубчатості [20]. Це сприяє зростанню міцності меж та запобігає зернограничному руйнуванню.

Низький рівень міцності меж завжди пов'язаний з переважанням у їх околі шкідливих домішок. Тому ефективним способом запобігання зернограничному руйнуванню є подрібнення зерен.

Насправді в елементах конструкцій під час їх виготовлення й експлуатації формується стохастична мікронеоднорідність і дефектність. Поверхневий шар виробів містить неоднорідності і дефектність спадкового походження, які пов'язані з тим або іншим ступенем випадковості. Найбільш істотна стохастичність мікронеоднорідностей у сплавах ЮНДКТ [21], цементованих сталях, різного роду покриттях. Тому під час дослідження причин виникнення спадкових тріщин в елементах конструкцій, крім детермінованого, необхідно використовувати ймовірно-статистичний підхід [24].

Стохастична модель утворення тріщин під час шліфування металів гетерогенної структури побудована на базі комплексного

підходу, що ґрунтується на результатах детермінованої теорії розвитку окремих дефектів і методах теорії ймовірностей. Поверхневий шар розглядають як середовище, ослаблене випадковими дефектами – визначуваними тріщинами, включеннями, які не взаємодіють між собою та параметри яких є випадковими величинами з відомими законами їх імовірнісного розподілу. Досліджують імовірність руйнування поверхневого шару залежно від різних типів імовірнісного розподілу розмірів (довжини, глибини) дефектів, їх орієнтації. З цих же позицій розглядають імовірнісні характеристики граничного теплового потоку. Установлено, що збільшення однорідності матеріалу призводить до зростання значення теплового потоку, що відповідає фіксованій імовірності руйнування. Тому, досліджуючи граничний стан елементів конструкцій, ослаблених дефектами, і будуючи на цій основі обґрунтовану теорію їх міцності і руйнування, крім детермінованого, потрібно використовувати ймовірно-статистичний підхід [24].

Елемент конструкції розглядають як середовище, ослаблене випадковими дефектами (визначуваними тріщинами, включеннями, параметри яких є випадковими величинами з відомими законами їх імовірнісного розподілу).

Для елемента, що містить n випадкових тріщин, імовірність руйнування обчислюють в припущенні найслабшої ланки, ймовірнісний розподіл якої має статичний характер.

Так, за теплового впливу на елемент конструкції, що має рівномірно розсіяні, випадково розподілені тріщини, що не взаємодіють між собою, закони спільного розподілу півдовжини l і кута орієнтації α яких вважаємо відомими, можна визначити граничне значення теплового потоку для зрівноваженого стану тріщиноподібного дефекту з довжиною $2l$ найслабшої ланки (рис. 5).

$$0 \leq l \leq d, \quad |\alpha| \leq \frac{\pi}{2},$$

$$F(q) = \iint_D f(\alpha, l) dl d\alpha,$$

де $q^* = \frac{2\sqrt{3}K_c}{l\sqrt{\pi l dt E}}$ – граничне значення теплового потоку для зрівноваженого стану тріщини; α і l – незалежні випадкові величини

$$f(\alpha, l) = f_2(\alpha) f_3(l).$$

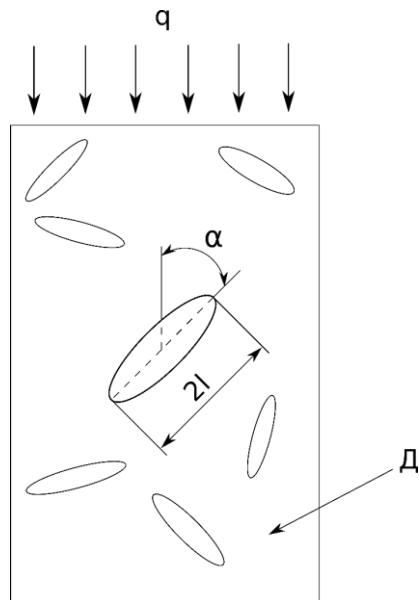


Рис. 5. Розрахункова схема для моделювання статистичних характеристик граничного теплового потоку у твердих тілах з випадковою системою тріщин

Висновки

За теплового впливу на елементи конструкцій, у яких спостерігаються рівномірно розсіяні, випадково розподілені дефекти типу тріщин, що не взаємодіють між собою, закони спільного розподілу довжини та кута орієнтації яких відомі, визначено граничне значення теплового потоку для зрівноваженого стану тріщини, що має довжину найслабшої ланки. Вплив неоднорідностей технологічного походження (починаючи із заготовки і закінчуючи готовим виробом), які виникають у поверхневому шарі під час виготовлення елементів конструкцій на його руйнування враховує розроблена модель.

Розв'язок сингулярного інтегрального рівняння з ядром Коші дозволяє визначити інтенсивність напружень в околі вершин дефектів типу тріщин і, порівнюючи її з критерієм тріщиностійкості для матеріалу конструктивного елемента, можна визначити його стан. У разі порушення цього кри-

терію дефект «слабка ланка» розвивається у магістральну тріщину.

Інтенсивність утворення тріщин у поверхневому шарі виробів на фінішних операціях багато в чому визначається тріщиностійкістю їх матеріалів, яка формується у процесі виплавлення заготовки і наступних операцій над нею.

Моделювання термомеханічних процесів дозволяє одержати критеріальне співвідношення умови зрівноваженого стану дефекту залежно від градієнтів контактної температури.

Вивчено механізм формування та розвитку дефектів типу тріщин у функціонально-градієнтних матеріалах неоднорідної структури під впливом термомеханічних явищ, які супроводжують технологію виготовлення й експлуатацію елементів ракетних конструкцій.

Список використаної літератури

1. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., 1977. 640 с.
2. Гахов Ф. Д. Уравнения типа свертки. М., 1978. 296 с.
3. Литвинчук Г. С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. М., 1977. 448 с.
4. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М., 1968. 512 с.
5. Панасюк В. В. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. К., 1984. 344 с.
6. Siegfried PROSSDORF Einige Klassen singularer Gleichungen. Akademie Verlag Berlin, 1974. 494 s.
7. Оборский Г. А. Моделирование систем: монография. Одесса, 2013. 664 с.
8. Усов А. В. Математическое моделирование процессов контроля покрытия элементов конструкций на базе СИУ. Проблемы машиностроения. 2010. Т. 13. №1. С. 98–109.
9. Kunitsyn M. V. Tribocorrosion research of NI-Al₂O₃/TiO₂ composite materials obtained by the method of electrochemical deposition. M.V. Kunitsyn, A.V. Usov. Зб. наук. праць, Сучасні технології в машинобудуванні. Вип. 12. Харків, 2017. С. 61–70.

10. Саврук М. П. Численный анализ в плоских задачах теории трещин. К., 1989. 248 с.

11. Усов А. В. Введение в методы оптимизации и теорию технических систем. Одесса, 2005. 496 с.

12. Попов Г. Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. М., 1982. 344 с.

13. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М., 1974. 640 с.

14. Стащук Н. Г. Задачи механики упругих тел с трещиноподобными дефектами. К., 1993. 358 с.

15. Екобори Т. Научные основы прочности и разрушения материалов. Пер. с яп. К., 1978. 352 с.

16. Морозов Н. Ф. Математические вопросы теории трещин. М., 1984. 256 с.

17. Попов Г. Я. Избранные труды. Т. 1, 2. Одесса, 2007. 896 с.

18. Григорян Г. Д., Усов А. В., Чапля М. Ю. Влияние шлифовочных дефектов на прочность деталей несущей системы. Всесоюз. конф. *Надежность и долговечность машин и приборов*. 1984. С.101–106.

19. Райс Дж. Математические методы в механике разрушения. Разрушение. В 2-х т. М., 1975. Т. 2. С. 204–335.

20. Карпенко Г. В. Физико-химическая механика конструкционных материалов: В 2-х т. К., 1985. Т. 1. 228 с.

21. Кормилицина Е. А., Сальковский Ф. М., Усов А. В., Якимов А. В. Причины появления дефектов при шлифовании магнитотвердых сплавов. *Технология электротехнического производства*. М., 1982. №4. С.1–5.

22. Усов А. В. Смешанная задача термоупругости для кусочно-однородных тел с включениями и трещинами. IV Всесоюз. конф. *Смешанные задачи механики деформируемого тела*: Тез. докл. Одесса, 1990. С.116.

23. Якимов А. В., Слободяник П. Т., Усов А. В. Теплофизика механической обработки. К., 1991. С. 270.

24. Витвицкий П. М., Попина С. Ю. Прочность и критерии хрупкого разрушения стохастически дефектных тел. К., 1980. 187 с.

Стаття надійшла 27.01.2020