

Д-р техн. наук А. В. Дегтярев, д-р техн. наук А. Д. Шептун

МЕХАНИКА ГРУППИРОВКИ СПУТНИКОВ, МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ИХ МАКСИМАЛЬНЫХ СБЛИЖЕНИЙ В ПОЛЕТЕ

Предложены методы (аналитический и численный на основе интегрирования уравнений движения) оценки вероятности первых сближений не управляемых в полете спутников группировки на малые расстояния на больших временных интервалах. С ростом числа выводимых в район одной базовой орбиты спутников необходимость оценки такой вероятности неизменно возрастает – уже в настоящее время их число в ряде случаев превышает сто единиц. В полете эти спутники образуют в ограниченной области космического пространства достаточно компактную группировку, плотность расположения спутников в которой на много порядков превышает плотность расположения действующих космических объектов на высотах их функционирования. Из-за несколько отличающихся периодов обращения спутников расстояния между ними по направлению полета непрерывно изменяются, разное прецессионное движение плоскостей орбит определяет их угловое расхождение – сближение в полете. Определено, что максимальная вероятность сближения любой пары спутников группировки на малые расстояния имеет место, если в некоторой окрестности чисел витков их полета одновременно реализуются два события: спутники сближаются на минимальные расстояния по направлению полета и угловое разнесение плоскостей их орбит близко к нулю. Определены условия отделения любых двух спутников группировки (направления и скорости их отделения), которые обеспечивают реализацию одновременно упомянутых событий в некоторой окрестности числа витков полета. Рассмотрены аналитические соотношения, позволяющие определить соответствующие численные значения вероятности сближения спутников. Для частного случая – отделения спутников на экваторе – максимальная вероятность сближения двух спутников группировки на малые расстояния имеет место при равенстве относительных скоростей их отделения по направлению полета и перпендикулярно к этому направлению. Для варианта выведения 12 спутников в район одной базовой орбиты высотой ~ 650 км и наклоном ~ 98° определены параметры отделения спутников на экваторе, реализующие равномерное их расхождение на первых витках автономного полета. Для 2 пар (из 66 образованных для рассматриваемого случая выведения) реализуются условия максимальной вероятности их первых сближений на малые расстояния. С использованием двух разработанных методов получены близкие оценки такой вероятности.

Ключевые слова: взаимно относительное движение группы спутников, солнечно-синхронные орбиты, вероятность сближения спутников.

Запропоновано методи (аналітичний і числовий на основі інтегрування рівнянь руху) оцінювання ймовірності перших зближень не керованих у польоті супутників угруповання на малі відстані на великих часових інтервалах. Із зростанням кількості виводжуваних у район однієї базової орбіти супутників потреба оцінити таку ймовірність незмінно зростає – уже на цей час їх кількість у ряді випадків перевищує сто одиниць. У польоті ці супутники утворюють в обмеженій області космічного простору досить компактне угруповання, щільність розташування супутників у якому на багато порядків перевищує щільність розташування діючих космічних об'єктів на висотах їх функціонування. Через дещо відмітні періоди обертання супутників відстані між ними у напрямку польоту неперервно змінюються, різний прецесійний рух площин орбіт визначає їх кутове розходження – зближення в польоті. Визначено, що максимальна ймовірність зближення будь-якої пари супутників угруповання на малі відстані спостерігається, якщо у певному околі чисел витків їх польоту одночасно реалізовано дві події: супутники зближуються на мінімальні відстані у напрямку польоту і кутове рознесення площин їх орбіт близьке до нуля. Визначено умови відокремлення будь-яких двох супутників угруповання (напрямки і швидкості їх відокремлення), які забезпечують реалізацію одночасно зазначених подій у певному околі числа витків польоту. Отримано аналітичні співвідношення, що дозволяють визначити відповідні числові значення ймовірності зближення супутників. Для окремого випадку – відокремлення супутників на екваторі – максимальна ймовірність зближення двох супутників угруповання на малі відстані спостерігається за рівності відносних швидкостей їх відокремлення у напрямку польоту і перпендикулярно до цього напрямку. Для варіанта виведення 12 супутників у район однієї базової орбіти заввишки ~ 650 км і з нахилом ~ 98° визначено параметри відокремлення супутників на екваторі, що реалізують рівномірне їх розходження на перших витках автономного польоту. Для 2 пар (із 66 утворених для розглядуваного випадку

виведення) реалізовано умови максимальної ймовірності їх перших зближень на малі відстані. З використанням двох розроблених методів отримано близькі оцінки такої ймовірності.

Ключові слова: взаємно відносний рух групи супутників, сонячно-синхронні орбіти, ймовірність зближення супутників.

The methods are proposed (analytical and numerical based on motion equations integration) to evaluate probability of first approaches to small distances of satellites of cluster uncontrolled in flight in long time intervals. As the number of satellites injected into area of one base orbit grows, the necessity of evaluating such probability constantly increases – already at present their number in some cases exceeds hundred units. In flight, such satellites form in limited area of space rather compact cluster; the satellite density in such cluster exceeds by many orders the density of operating space objects at their functioning altitudes. Due to somewhat different satellite orbiting periods, the distances between them in flight direction continuously change, different precession motion of orbital planes determines their angular spread - approach in flight. It was determined that maximal probability of approach of whatever pair of satellites of cluster to small distances is the case if in some neighborhood of numbers of their flight orbits, simultaneously two events are realized – the satellites approach to minimal distances in flight direction and angular spread of their orbital planes is close to zero. The conditions are determined of separation of whatever two satellites of cluster (their separation directions and velocities) – that ensure simultaneous realization of the above events in some neighborhood of number of flight orbits. The analytical relations were obtained that allow determining the corresponding numerical values of satellite approach parameters. For particular case – satellite separation at the equator – maximal probability of approach of two satellites of cluster to small distances is the case when their relative separation velocities are equal in flight direction and in perpendicular to this direction. For the option of injecting 12 satellites to the area of one base orbit of ~ 650 km altitude and ~ 98° inclination, the parameters of satellites separation at the equator were determined that realize their uniform dispersion in the first orbits of autonomous flight. For 2 pairs (out of 66 formed for considered injection case) the conditions of maximal probability of their first approaches to small distances are realized. Using two developed methods evaluations of such probability were obtained.

Key words: mutually relative motion of the satellite cluster, sun-synchronous orbits, satellites approach probability.

Введение

За 60-летний период космической деятельности зарегистрирован один случай столкновения спутников ближнего космоса (спутники «Космос-2251», Россия, и Iridium-33, США). В результате столкновения образовалось около 600 осколков. Это побудило достаточно интенсивные исследования конкретно по оценке рисков столкновения действующих созвездий спутников с упомянутыми осколками, расположение которых в пространстве с течением времени оказывается все более неопределенным. Существенную роль при оценке рисков столкновений спутников с разлетающимися осколками играют начальная плотность осколков, направление скоростей их интенсивного разлета и т.п. В связи с высокой степенью неопределенности данных по числу и скоростям разлета осколков оценка рисков столкновений их с различными созвездиями спутников проводится, как правило, на ограниченных временных интервалах.

В данной статье рассмотрен вариант взаимного движения спутников группировки на больших временных интервалах, организовано отделяемых от ракеты-носителя в районе одной базовой орбиты с реализацией в достаточной степени планируемого их движения в дальнейшем.

В мире увеличивается количество запусков одной ракетой спутников в район одной базовой орбиты (десятков и сотен). В полете эти спутники образуют в ограниченной области космического пространства достаточно компактную группировку, плотность расположения спутников в которой в 10^5 – 10^6 раз больше плотности расположения космических объектов в ближнем космосе.

Первичная оценка вероятности сближения спутников группировки на малые расстояния (например, на 100 м) в настоящее время считается вполне уместной, а получение численных оценок такой вероятности уже ожидаемо.

Первые публикации по сближению спутников одной группировки на больших временных интервалах, выводимых в район

одной базовой орбиты, появились сравнительно недавно. В докладе на 64-м Международном астронавтическом конгрессе в Иерусалиме [11] и работах [5, 10] для частного случая – отделения спутников на экваторе – были представлены результаты аналитических исследований для определения условий их отделения, при реализации которых происходит равномерное расхождение спутников на первых витках автономного полета и сближение на малые расстояния в дальнейшем.

Доказано, что в некоторой окрестности чисел витков N полета

$$N \sim N_{ij} = \frac{T_i}{|T_j - T_i|} = \frac{1}{3} \frac{V_0}{\Delta V_{V_{i,j}}}$$

(V_0 – скорость; $\Delta V_{V_{i,j}}$ – разность проекций скоростей отделения двух спутников на направление полета; T_i, T_j – периоды обращения спутников) плоскости орбит спутников могут практически совпадать, а сами спутники при этом могут находиться в малой окрестности пространства по отношению друг к другу.

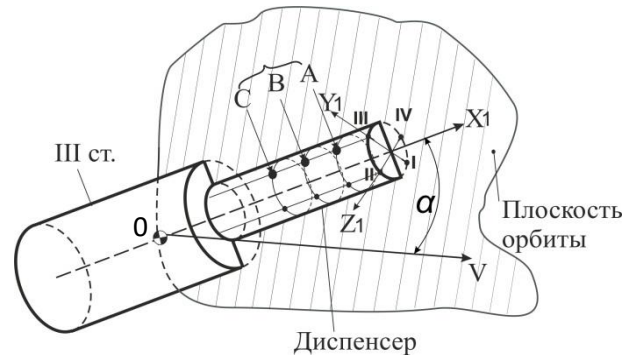


Рис. 1. Схема расположения спутников на диспенсере: 0 – положение центра масс

Направления и скорости отделения спутников представлены в табл. 1.

Таблица 1

Направления и скорости отделения спутников

Плоскости стабилизации Ярусы установки спутников	Скорости отделения спутников, м/с			
	I	II	III	IV
A	ΔV	ΔV	ΔV	ΔV
B	$0,667 \cdot \Delta V$	$0,833 \cdot \Delta V$	$0,667 \Delta V$	$0,833 \cdot \Delta V$
C	$0,333 \cdot \Delta V$	$0,667 \cdot \Delta V$	$0,333 \cdot \Delta V$	$0,667 \cdot \Delta V$

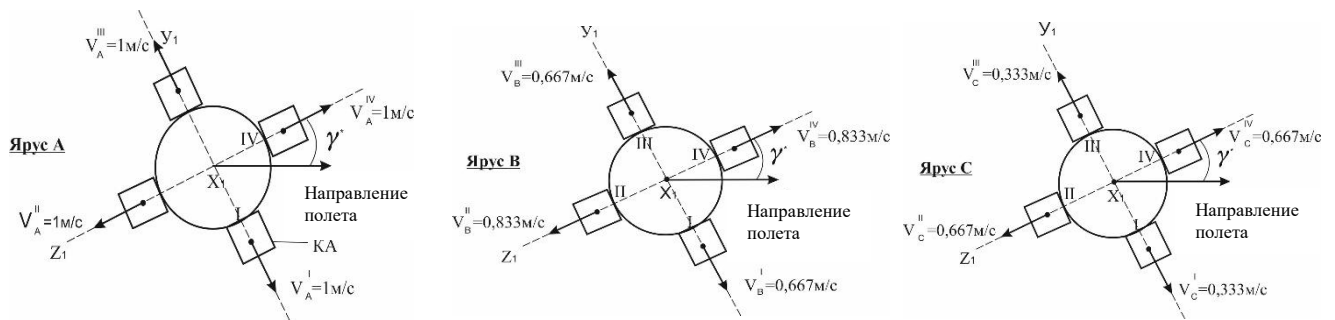


Рис. 2. Направления и скорости отделения спутников ($\Delta V = 1$ м/с)

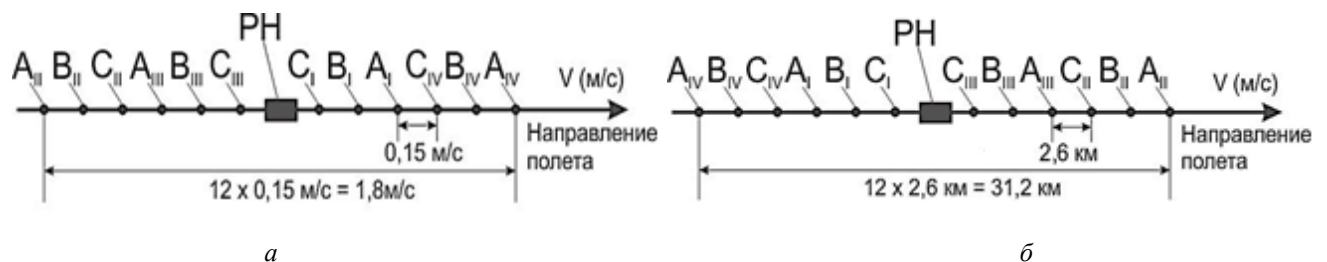


Рис. 3. Схема отделения спутников и их расположение в полете при $\Delta V=1$ м/с: а – после отделения; б – на момент окончания первого витка полета

В упомянутых источниках представлено численное подтверждение реальности сближения пар спутников на расстояние около 10 м по истечении нескольких тысяч витков полета. Задача оценки вероятности сближения на малые расстояния (например, на 10 или 100 м) из-за чрезвычайной ее сложности в этих источниках не рассматривалась. С другой стороны, планируемые в ближайшем будущем выведения одной ракетой сотен малых спутников с учетом частоты первых сближений всех участников движения порядка $n^2/2$ активизируют такие исследования.

1. Цель и задачи исследований

Одной из не решенных до настоящего времени проблем, связанных с выведением в район одной базовой орбиты большого числа спутников группировки, является оценка вероятности их сближения на малые расстояния на больших временных интервалах и подготовка рекомендаций по снижению указанной вероятности для пар спутников группировки, для которых такое сближение нежелательно.

Целью исследований является формирование аналитического и численного (на основе интегрирования уравнений движения) методов оценки вероятности сближения спутников группировки на расстояния, меньше заданных. Задачами работы является проведение численной оценки (желательно разными методами) вероятности сближения пар спутников на малые расстояния, сравнение полученных данных двумя методами, их анализ, формирование предложений по снижению упомянутой вероятности.

Все расчеты в статье проведены для варианта отделения 12 спутников, расположенных на боковой поверхности диспенсера в характерных точках I, II, III, IV в трех нормальных к продольной оси РН плоскостях, с организацией их равномерного расхождения на первых витках автономного полета (рис. 1–3, табл. 1) [6]. Результаты этих исследований представлены в работах [5, 10, 11] для частного варианта отделения спутников на экваторе: был проведен анализ сближения-

расхождения спутников на больших временных интервалах. Ниже этот анализ расширен на случай отделения спутников в любой точке орбиты.

В качестве начальных условий для проведения исследований используются:

- схема расположения спутников на диспенсере, заданные направления и скорости их отделения (рис. 1, 2);
- расположение спутников после 1-го витка полета (рис. 3).

2. Характеристика максимальных сближений спутников группировки на больших временных интервалах после отделения

В результате отделения двух спутников (здесь и далее – спутник i и спутник j) с относительными скоростями по направлению полета $\Delta V_{V_{i,j}}$ и нормали к плоскости начальной орбиты $\Delta V_{\perp V_{i,j}}$ образуются две орбиты (рис. 4, 5) с отличающимися фокальными параметрами $\Delta P_{i,j} = r \Delta V_{V_{i,j}} / V$ (см. (12'), п. 2.4) и наклонениями $\Delta i_{i,j}$. Эксцентриситеты этих орбит с точностью до малых второго порядка совпадают ($e_i = e_j = \Delta V_{V_{i,j}} / V_0$), аргументы перицентров орбит в ньютоновском поле разнесены на 180° ; в момент отделения спутники располагаются в одной точке пространства, i -спутник – в апогее своей (образованной после отделения) орбиты, j -спутник – в перигее собственной орбиты.

Исследования проводятся в основном применительно к гравитационному полю Земли (ГПЗ) общего земного эллипсоида с полярным сжатием $\alpha = 1/298,25$; параметры атмосферы приняты согласно работе [3]; вековые и периодические возмущения околокруговых орбит приняты согласно [6, 8, 9]. В необходимых случаях уровень точности ГПЗ повышается – используется достаточно полное его представление в виде разложения в ряд по сферическим функциям с удержанием 16×16 гармоник разложения (далее – реальное ГПЗ).

2.1. Условия сближения плоскостей орбит двух спутников

Влияние относительных скоростей отделения спутников по трем взаимно перпендикулярным направлениям: a – по скорости полета $\Delta V_{V_{i,j}}$; b – по нормали к плоскости орбиты $\Delta V_{\perp V_{i,j}}$ и c – по направлению радиуса орбиты ΔV_r – на характер изменения их орбит рассмотрено в работе [8, с. 47–50]. В варианте a имеет место их однократное сближение на минимальное расстояние через $N \approx N_{i,j} = T_i / |T_i - T_j|$ витков полета.

В отличие от варианта a взаимно относительное движение пары спутников i, j в вариантах b и c согласно [8] характеризуется их сближением дважды на каждом витке полета. Соответственно для этих вариантов отделения спутников существует повышенная вероятность их сближения на малые расстояния. С учетом частоты пересечения орбит преимущество имеет вариант отделения по схеме a , однако при большом количестве отделяемых спутников его реализация затруднена из-за необходимости создания значимых скоростей отделения первых спутников, что сопряжено с известными техническими трудностями. Объединение вариантов a и b позволяет существенно (в разы) уменьшить максимальную скорость отделения спутников, обеспечить их равномерное расхождение на первых витках полета и несближение на малые расстояния на больших временных интервалах.

Ниже приведены основные зависимости и формульные соотношения, использованные при анализе сближения спутников на малые расстояния на больших временных интервалах (обозначения общепринятые) при их отделении в любой точке орбиты $u_0 \neq 0$ (рис. 4, 5).

Для определенности будем полагать, что для любой пары отделяемых спутников i, j выполняются следующие неравенства:

$$\Delta V_{V_{i,j}} = V_j - V_i > 0;$$

$$\Delta i_{i,j} = i_j - i_i > 0;$$

$$\Delta r^0_{i,j} = 2 \frac{r_i}{V_i} \Delta V_{V_{ij}};$$

$$\Delta \Omega^0_{i,j} = \Omega_j - \Omega_i \approx \frac{\sin u_0}{\sin i_0} \cdot \frac{\Delta V_{\perp V_{i,j}}}{V_0}; \quad (1)$$

$$\Delta i_{i,j} \approx -\cos u_0 \frac{\Delta V_{\perp V_{i,j}}}{V_0}; \quad (2)$$

$$\Delta T_{i,j} = T_j - T_i = 3T_0 \frac{\Delta V_{V_{i,j}}}{V_0} > 0 \quad (3)$$

(обозначения – согласно рис. 4, 5, индекс «0» относится к базовой орбите, при этом условно полагается, что $i = i_0$, $V_i = V_0$, $r_i = r_0$. Рис. 2 и 3 отражают обычную картину движения двух спутников и позаимствованы из работы [5] исключительно для пояснения буквенных обозначений в соотношениях (1)–(6) и в целях сокращения текста).

За каждый виток полета двух спутников долготы восходящих узлов их орбит согласно [8, 9] изменятся на

$$\delta \Omega_{i_i} = -\pi \left(\frac{a_e}{r_0} \right)^2 \alpha \cos i_0;$$

$$\delta \Omega_{i_j} = -\pi \left(\frac{a_e}{r_0 + \Delta r_{i,j}} \right)^2 \alpha \cos(i_0 + \Delta i_{i,j}). \quad (4)$$

Расхождение двух спутников по направлению движения определяется разностью их периодов обращения $\Delta T_{i,j}$. В окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$ [5, 10, 11] оба спутника окажутся в малой окрестности по отношению друг к другу, при этом с учетом неравенств $r_j > r_i$ и $T_j > T_i$ спутник j к этому моменту совершит ровно на один виток меньше, т.е. $N_i - N_j = 1$.

В отличие от используемой в работе [5] принята модель сближения восходящих узлов двух орбит i, j на больших временных интервалах в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$.

В окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$ угловое разнесение восходящих узлов двух орбит будет определяться соотношением

$$\Delta \Omega_{i,j} (N \sim N_{i,j}) = \Delta \Omega^0_{i,j} + \Delta \Omega_j(N) - \Delta \Omega_i(N+1). \quad (5)$$

Условие (5) с учетом $N \sim N_{i,j}$ и соотношений (1)–(4) может быть представлено в виде (здесь и далее $i_0 > 0$)

$$\Delta\Omega_{i,j}(N \sim N_{i,j}) = \frac{\sin u_0}{\sin(i_0 + \Delta i_{i,j})} \frac{\Delta V_{\perp V_{i,j}}}{V_0} + \pi \left(\frac{a_e}{r_0} \right)^2 \alpha \cos i_0 (N_{i,j} + 1) - \pi \left(\frac{a_e}{r_0 + \Delta r_{i,j}} \right)^2 \times \alpha \cos(i_0 + \Delta i_{i,j}) \cdot N_{i,j}. \quad (6)$$

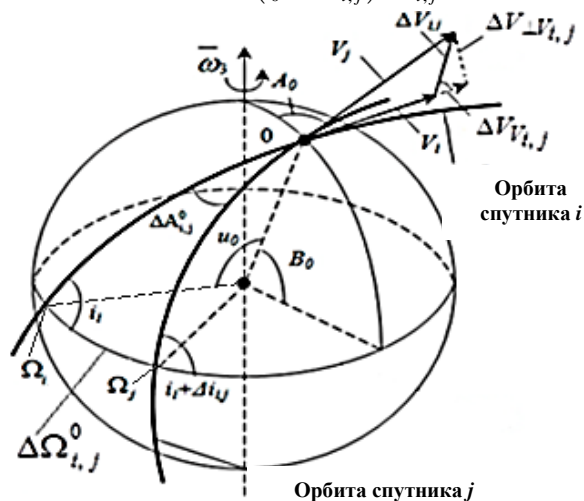


Рис. 4. Орбиты двух спутников i, j после их отделения (точка O)

При $\Delta\Omega_{i,j}(N \sim N_{i,j}) = 0$ (соответствует малому угловому разнесению плоскостей орбит двух спутников в окрестности чисел полета $N \sim N_{i,j}$) соотношение (6) с учетом (2), (3) после преобразований с удержанием членов не выше первого порядка малости разрешается в виде

$$\Delta V_{V_{i,j}} = - \frac{A' \operatorname{tg} i_0 \cos u_0 \Delta V_{\perp V_{i,j}}}{7A' - B \cdot \Delta V_{\perp V_{i,j}}}, \quad (7)$$

где $A' = \frac{\pi}{3} \left(\frac{a_e}{r_0} \right)^2 \alpha \cos i_0$; $B = \frac{1}{V_0} \frac{\sin u_0}{\sin(i_0 + \Delta i_{i,j})}$.

Численные значения величин u_0 , $\Delta V_{V_{i,j}}$, $\Delta V_{\perp V_{i,j}}$, удовлетворяющие соотношению (7), обеспечивают одновременно выполнение условий близости расстояний между парами отделяемых спутников i, j в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$ и минимального углового разнесения плоскостей их орбит (не выше разности наклонений орбит – до одной угловой минуты, обусловленной условиями отделения). С учетом малой угловой скоро-

сти расхождения плоскостей орбит (на уровне долей угловых секунд за виток полета) такое положение (близость плоскостей орбит и местоположений спутников) будет сохраняться длительное время (на уровне от нескольких десятков до сотен витков полета). Последнее обеспечивает повышенную вероятность сближения пар спутников на минимальные расстояния. Согласно [5, 10, 11] минимальное расстояние между парой спутников i, j может достигать 10 м.

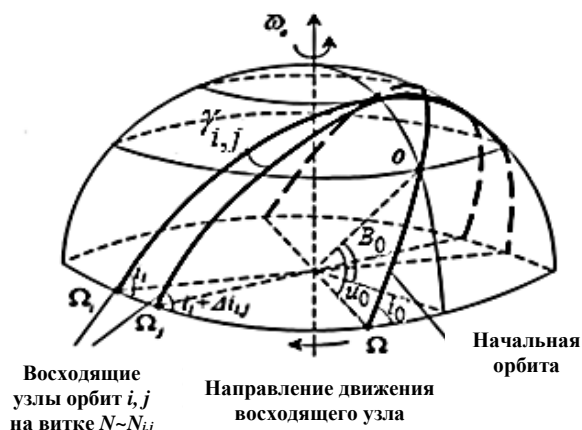


Рис. 5. Положение орбит двух спутников i, j через $N_{i,j}$ витков полета

Из выражения (7) для солнечно-синхронных орбит ($i_0 \sim 98,1^\circ$) с высотой орбиты $h_0 \approx 650$ км при отделении двух спутников на экваторе ($u_0 = 0$) следует, что $\Delta V_{\perp V_{i,j}} \approx \Delta V_{V_{i,j}}$. Для рассматриваемого примера (разд. 1) отделения группы спутников в количестве 12 единиц этому условию отвечают пары спутников $A_4 - C_1$ и $A_2 - C_3$, для которых номинальные значения проекций относительных скоростей отделения на направление полета и перпендикуляр к вектору скорости равны и составляют $\Delta V_{V_{i,j}}^0 = \Delta V_{\perp V_{i,j}}^0 = 0,75$ м/с.

Результаты интегрирования систем уравнений движения этих пар спутников подтвердили приведенное выше аналитическое исследование – их сближение на минимальное расстояние произошло на 3380-м витке полета (при прогнозируемом по упрощенной зависимости $N \sim N_{i,j} = 1/3 \cdot V_0 / \Delta V_{V_{i,j}} = 3330$ витков).

2.2. Расхождение спутников по радиусу-вектору на этапе их сближения на малые расстояния

При выполнении условия (7) (т.е. применительно к случаю, когда в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$ восходящие узлы двух орбит совпадают – $\Delta\Omega_{i,j} \sim 0$) расстояние по радиусу-вектору между двумя спутниками на этих орбитах может достигать $\Delta r_{i,j} = 4 \frac{r}{v} \Delta V_{V_{i,j}}$ [8]. При принятых условиях отделения спутников (разд. 2.1) отклонения $\Delta r_{i,j}^{cp}$ средних величин радиусов их орбит составляют 1,2–1,3 км. Остальные факторы на фоне таких заметных возможных изменений высот полета двух спутников намного меньше. К этим факторам относятся [8]:

– периодические возмущения высот околокруговых орбит, обусловленные влиянием гравитационного поля Земли. Эти возмущения для двух орбит с разными средними высотами $\Delta h_{i,j}^{cp} = \Delta r_{i,j}^{cp}$ и наклонениями $\Delta i_{i,j}$ вызывают дополнительные к $\Delta r_{i,j}^{cp}$ периодические изменения высот орбит $\Delta_{неп} r_{i,j}^{cp}$ этих спутников. С учетом близости местоположений $\varphi_i = \varphi_j$ спутников в окрестности чисел витков полета $N \sim N_i$ соотношение (13.19), приведенное в [8, с. 332], в работе для варианта отделения спутников с относительными скоростями $\Delta V_{V_{i,j}} = \Delta V_{\perp V_{i,j}} = 0,75$ м/с дает следующую оценку дополнительной максимальной разности периодических возмущений высот орбит двух спутников на солнечно-синхронной орбите с разными средними радиусами $\Delta r_{i,j}^{cp} = r_j^{cp} - r_i^{cp}$ и наклонениями $\Delta i_{i,j} = i_j - i_i$:

$$\delta(\Delta_{неп} r) \Big|_{\Delta r_{i,j}^{cp}} < 1 \text{ м}, \quad \delta(\Delta_{неп} r) \Big|_{\Delta i_{i,j}} < 1 \text{ м}; \quad (8)$$

– изменение высот орбит двух спутников из-за разного влияния аэродинамического сопротивления при их движении по орбитам с разной средней высотой $\Delta h_{i,j}^{cp}$. Вариация разности средних высот орбит двух спутников по отклонениям их средних высот и плотности атмосферы в окрестности

$N \sim N_{i,j}$ витков полета на основании уравнения для Δr в соотношениях (14.34), приведенных в [8, с. 380], после преобразований может быть представлена в виде

$$\Delta(\delta r_{i,j}) \Big|_{N \sim N_{i,j}} \approx 26 C r_0^3 \frac{\partial \rho}{\partial r}(r_0). \quad (9)$$

Расхождение высот $\Delta(\delta r_{i,j}) \Big|_{N \sim N_{i,j}}$ двух орбит двух спутников в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$ зависит от их баллистического коэффициента $c = \frac{C_x S_m}{2m}$, высоты опорной орбиты r_0 , производной плотности атмосферы по высоте $\partial \rho / \partial h(r_0)$ в окрестности опорной орбиты радиуса r_0 , солнечной активности. Для средней солнечной и геомагнитной активности при высоте солнечно-синхронной орбиты 600–700 км и баллистическом коэффициенте на уровне $c = 0,05 \text{ м}^2/\text{кг}$ расхождение высот

$\Delta(\delta r_{i,j}) \Big|_{N \sim N_{i,j}}$ обычно не превышает 10 м. Это расхождение высот с увеличением баллистического коэффициента и солнечной активности может достигать нескольких десятков метров.

Исходя из представленного анализа сближение спутников на малые расстояния (например, менее 100 м) возможно только в окрестности точек апогея орбиты i -спутника или перигея орбиты j -спутника, угловое расстояние между этими точками не превышает $0,4^\circ$ (разд. 2.4).

С учетом изложенного при совпадении плоскостей орбит двух спутников ($\gamma_{i,j} = 0$) разность их радиусов в некоторой окрестности $\chi_{i,j}$ точки a_i (или n_j) с учетом $\ell_i = \ell_j = \Delta V_{i,j} / V$, $w_{a_i} = 180^\circ$ и $w_{n_j} = 0^\circ$ может быть представлена в виде (рис. 6, а)

$$\Delta r_{i,j} = \frac{P_j}{1 + \ell_j \cos(0^\circ \pm \chi_{i,j})} - \frac{P_i}{1 + \ell_i \cos(180^\circ \pm \chi_{i,j})}. \quad (10)$$

После преобразований соотношение (10) с точностью до малых первого порядка малости записывается в виде

$$\Delta r_{i,j} = 2r \frac{\Delta V_{V_{i,j}}}{V} (1 - \cos \chi) = r \frac{\Delta V_{V_{i,j}}}{V} \chi^2.$$

Если максимальная разность радиусов орбит двух спутников задана неравенством $\Delta r_{i,j} \leq \Delta \rho_{дон}$, то допускаемое угловое отклонение положений двух спутников по

радиусу-вектору относительно апогея – перигея орбит двух спутников определяется неравенством (рис. 6, а)

$$\chi_{i,j} \leq \pm \sqrt{\frac{\Delta \rho_{дон}}{r} \frac{V}{\Delta V_{V_{i,j}}}}. \quad (11)$$

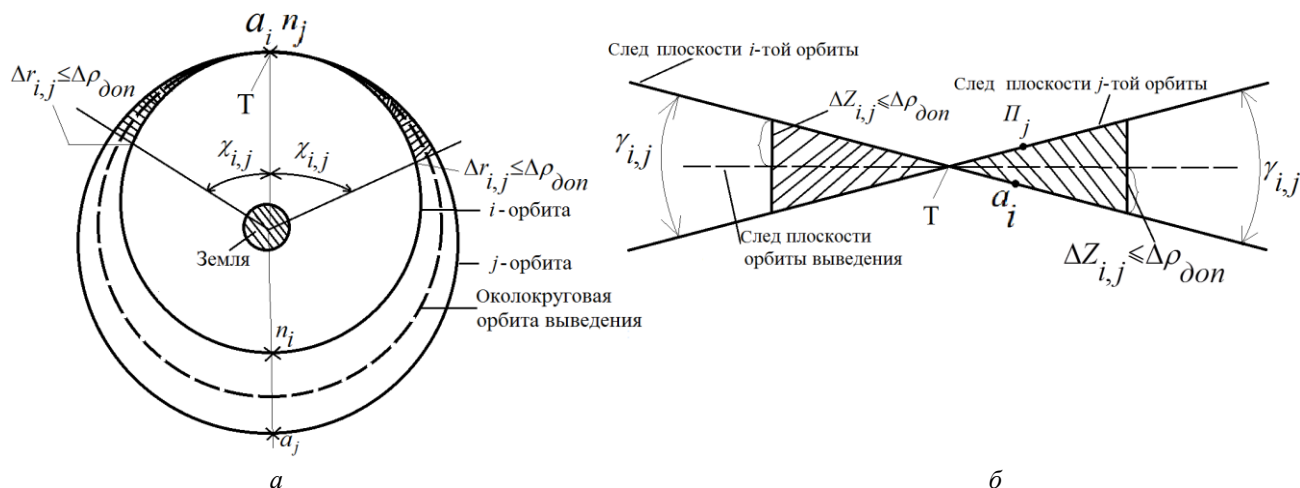


Рис. 6. Зона (заштрихована) возможного сближения пар (i, j) спутников группировки

на расстояние, меньше заданного – $\Delta \rho_{i,j} \leq \Delta \rho_{дон}$:

а – по направлению полета $\Delta l_{i,j} \leq \Delta \rho_{дон}$ и радиусу-вектору $\Delta r_{i,j} - \chi_{i,j} \leq \sqrt{\frac{\Delta \rho_{дон}}{r} \frac{V}{\Delta V_{V_{i,j}}}}$;

б – по нормали к плоскости орбит $\Delta z_{i,j} = \Delta \rho_{дон} \gamma_{i,j}$

Оценка угла $\chi_{i,j}$ дает такой результат: например, при $V = 7500$ м/с, $\Delta V_{V_{i,j}} = 0,75$ м/с, $r \sim 7000$ км, $\Delta \rho_{дон} = 0,1$ км имеем $\chi \leq \pm 21,6^\circ$, т.е. в пределах по углу $\pm 21,6^\circ$ от точки a_i (или n_j) разность радиусов орбит двух спутников не будет превышать 0,1 км. На краях этого диапазона при заданном $\Delta \rho_{дон} = 0,1$ км составляющие отклонений по направлению движения $\Delta l_{i,j}$ и нормали к плоскости орбиты $\Delta z_{i,j}$ должны быть равны нулю. С увеличением углового разнесения орбит $\gamma_{i,j}$ численные значения границ $\chi_{i,j}$ уменьшаются, соответственно уменьшается вероятность сближения спутников на малые расстояния.

Реальное ГПЗ заметно изменяет форму орбит спутников. Это изменение для примера отображено на рис. 7 в виде периодических колебаний радиусов орбит двух

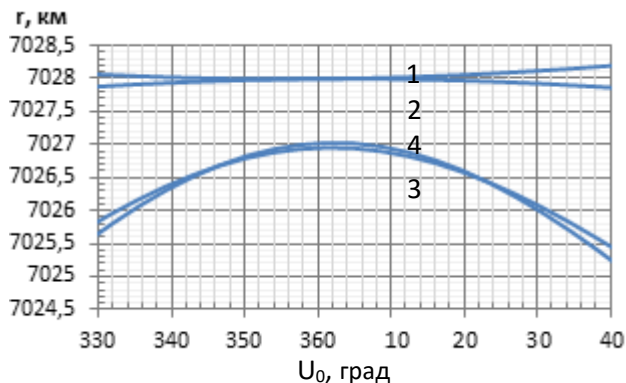
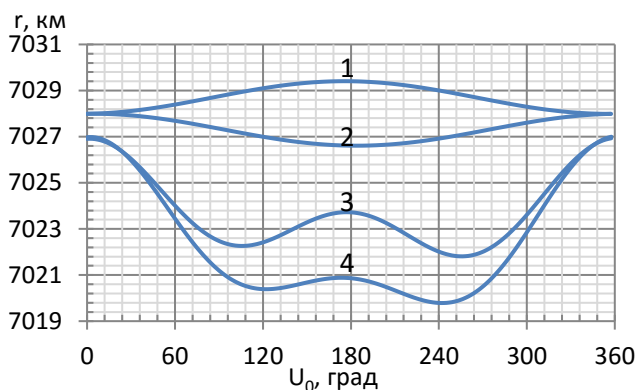
спутников, отделяемых на экваторе $B_0 = 0^\circ$ и на широте $B_0 = 45^\circ$. Значимые периодические изменения радиусов орбит спутников приводят к тому, что их максимальные сближения для обозначенных выше вариантов отделения происходят в районах апогея или перигея орбит (в отличие от движения двух спутников в ньютоновском ГПЗ, в котором их сближение происходит в апогее i -той и перигее j -той орбит).

Приведенные на рис. 6, а и 7 данные позволяют заключить, что разности радиусов орбит двух спутников при использовании в расчетах ньютоновского и реального ГПЗ в обоих вариантах характеризуются примерно одинаковыми условиями близости орбит на участках сближения спутников на малые расстояния. Это обстоятельство дает возможность при расчете вероятности сближения спутников по высоте полета (радиусу орбит) ориентироваться на использование соотношения (11).

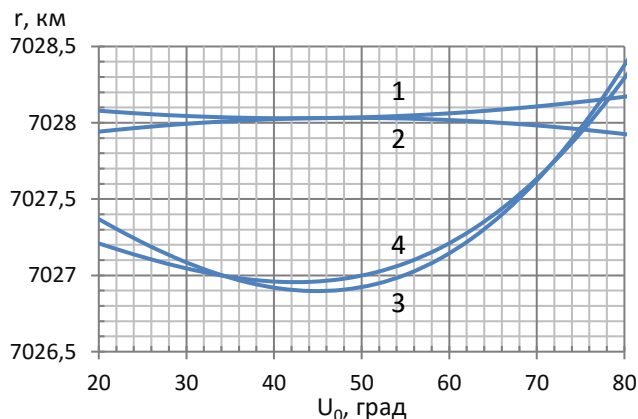
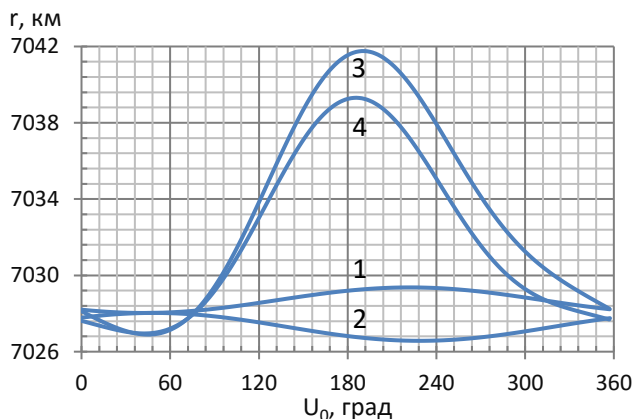
При этом сложная модель совместного движения пар спутников в реальном ГПЗ обоснованно как бы заменяется существенно более простой ньютоновской моделью с возможностью построения на ее основе аналитического решения по оценке вероят-

ности сближения пар спутников на малые расстояния.

Допустимость такой замены представляется вполне очевидной. В связи с этим дальнейший анализ проводится применительно к движению пар спутников в ньютоновском ГПЗ.



a



б

Рис. 7. Зависимость радиусов орбит двух спутников i, j от угловой дальности U_0 :

a – отделение спутников на экваторе; б – отделение спутников на широте $B_0 = 45^\circ$;

1, 2 – ньютоновское ГПЗ; 3, 4 – реальное ГПЗ;

импульсы отделения: спутник $j \Delta V_{V_j} = +0,375$ м/с (варианты 1, 3);

спутник $i \Delta V_{V_i} = -0,375$ м/с (варианты 2, 4);

число витков полета: спутник $j N_j = 3480$; спутник $i N_i = 3481$

2.3. Проекция расстояния между спутниками на этапе их максимальных сближений на нормаль к плоскости любой из орбит

Разность местоположения двух спутников по нормали к плоскости орбит с учетом принятого допущения о малости разности их наклонений (на уровне $20''$) определяется угловым разнесением их восходящих

узлов $\Delta(\delta\Omega_{i,j})\Big|_{N \sim N_{i,j}}$ – в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$.

По оценкам, при принятых в работе условиях отделения спутников максимальное значение разности $\Delta(\delta\Omega)_{i,j}\Big|_{N \sim N_{i,j}}$ не превышает $1,5^\circ$. При этом угловое разнесение орбит

$$\gamma_{i,j} = \Delta(\delta\Omega_{i,j})\Big|_{N \sim N_{i,j}} \sin i.$$

При отделении спутников на экваторе после подстановки в (7) условия $u_0 = 0$ угловое разнесение плоскостей двух орбит в окрестности чисел $N \sim N_{i,j}$ витков полета преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \gamma_{i,j} &= Ax, \\ A &= \frac{7}{6}\pi\left(\frac{a_e}{r}\right)^2 \alpha \sin 2i, \\ x &= 1 - \frac{\Delta V_{\perp V_{i,j}}}{\Delta V_{V_{i,j}}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из соотношения (12) следует, что плоскости орбит 2 спутников при $N \sim N_{i,j}$ совпадают, если $\Delta V_{\perp V_{i,j}} / \Delta V_{V_{i,j}} = 1$. Для рассматриваемого в статье примера из 66 пар спутников, образованных при отведении 12 спутников, восходящие узлы орбит совпадают у 2 пар $A_4 - C_1$, $A_3 - C_2$, для которых $x \approx 0$.

2.4. Условия сближения спутников по направлению полета

Здесь и далее полагается, что после отделения двух спутников их периоды обращения удовлетворяют условию $T_i < T_j$ (т.е. в результате отделения спутник i тормозится, а спутник j разгоняется).

В начальный момент времени после отделения один из спутников (далее спутник i) находится в апогее a_i своей орбиты, второй (спутник j) – в перигее n_j собственной орбиты. Численные значения фокальных параметров орбит двух спутников определяются как

$$P_i = r \left(1 - \frac{\Delta V_{V_{i,j}}}{2V} \right) \quad (12')$$

и

$$P_j = r \left(1 + \frac{\Delta V_{V_{i,j}}}{2V} \right).$$

Отличия фокальных параметров P_i , P_j орбит этих спутников определяют разные периоды их обращения. В окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j} = T_i / |T_i - T_j| = 1/3 \cdot V_0 / \Delta V_{V_{i,j}}$ спутник i совершит на

один виток больше по сравнению с числом витков спутника j ($N_j = N_i - 1$). Если окажется, что в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$ апогей i -орбиты и перигей j -орбиты также будут находиться в малой окрестности по отношению друг к другу, то такое событие будет весомым доказательством возможности сближения спутников на малые расстояния.

Проведем оценку углового разнесения апогея a_i и перигея n_j двух орбит в окрестности чисел $N \sim N_{i,j}$ витков полета. С учетом соотношения $N_i = N_j + 1$ упомянутое угловое разнесение положений точек a_i и n_j записывается в виде

$$\begin{aligned} \delta(\Delta u_1) \Big|_{N \sim N_{i,j}} &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{a_e}{p_j} \right)^2 \alpha (5 \cos^2 i_j - 1) N_{i,j} - \\ &- \frac{\pi}{2} \left(\frac{a_e}{p_i} \right)^2 \alpha (5 \cos^2 i_i - 1) (N_{i,j} + 1). \end{aligned}$$

Численная оценка углового расстояния $\delta(\Delta u_1) \Big|_{N \sim N_{i,j}}$ между точками a_i и n_j орбит двух спутников в достаточно широком диапазоне скоростей их отделения $\Delta V_{V_{i,j}} = \Delta V_{\perp V_{i,j}} = 0,15 \dots 1,5$ м/с дает стабильный результат

$$\delta(\Delta u_1) \Big|_{N \sim N_{i,j}} \approx 0,4^\circ. \quad (13)$$

Из этого следует, что в окрестности чисел витков $N \sim N_{i,j}$ полета спутников в ньютоновском ГПЗ апогей a_i и перигей n_j находятся в непосредственной близости друг от друга. Это означает, что если два спутника в окрестности упомянутого числа витков полета будут находиться одновременно вблизи апогея a_i или перигея n_j орбит этих спутников, то расстояние между ними может быть малым.

2.5. Характеристика сближения спутников на малые расстояния на больших временных интервалах

Рассмотренный в разделах 2.1–2.4 анализ сближения спутников на малые расстояния по трем ортогональным направлениям:

направлению полета, радиусу-вектору положения спутников по орбите и нормали к плоскости орбиты – позволяет представить картину их сближения на малые расстояния в окрестности чисел $N \sim N_{i,j}$ витков полета:

2.5.1. После отделения первоначально (в окрестности чисел витков полета $N_{i,j} / 2$) спутники расходятся до расстояния $2a$, в последующем происходит их сближение с темпом $\Delta\rho_{i,j} = 3T\Delta V_{V_{i,j}}$ с каждым витком полета, при этом минимальное расстояние между парой спутников i, j на этапе сближения точно лежит в интервале $0 \dots 3T\Delta V_{V_{i,j}}$.

2.5.2. По достижении некоторого наименьшего значения расстояния $\Delta\rho_{i,j}^k$ между спутниками на k -том витке полета расстояния между ними в последующем будут с тем же темпом (подп. 2.5.1) увеличиваться.

2.5.3. При повторении опытов с другими характеристиками движения (разбросами условий отделения, изменением параметров внешней среды – плотности верхней атмосферы и др.) численное значение $\Delta\rho_{i,j}^k$ будет изменяться в тех же пределах $0 \dots 3T\Delta V_{V_{i,j}}$, но с другим значением $\Delta\rho_{i,j}^k$.

2.5.4. При большой выборке испытаний (числа расчетов траекторий с разными условиями движения в пределах принятых разбросов) переменная $\Delta\rho_{i,j}$ расположится в интервале $0 \dots 3T\Delta V_{V_{i,j}}$.

2.5.5. Зона сближения на малые расстояния любых двух спутников группировки увеличивается по мере уменьшения проекции относительной скорости их отделения на направление полета $\Delta V_{V_{i,j}}$ (11).

2.5.6. Априори частота сближения пар спутников группировки на малые расстояния будет максимальной для орбит с угловым разнесением $\gamma_{i,j}$, равным 0 (12). С увеличением угла $\gamma_{i,j}$ протяженность близких участков орбит и частота сближения спутников на малые расстояния быстро уменьшаются. В общем случае зона сближения любых двух спутников группировки

на малые расстояния всегда находится в области, охватывающей апогей – перигей i -той и j -той орбит соответственно (рис. 6), при необходимом условии нахождения в этой области одновременно пары спутников i, j .

Условно зона сближения спутников по всем трем ортогональным направлениям показана на рис. 6. Формула для расстояния $\Delta\rho_{i,j}$ между спутниками на витках их сближения на малые расстояния может быть записана в виде

$$\Delta\rho_{i,j} = \sqrt{\Delta\ell_{V_{i,j}}^2 + \Delta r_{i,j}^2 + \Delta z_{i,j}^2} \leq \Delta\rho_{don}, \quad (14)$$

где $\Delta\ell_{V_{i,j}}$, $\Delta r_{i,j}$, $\Delta z_{i,j}$ – проекции расстояния $\Delta\rho_{i,j}$ между спутниками на оси орбитальной системы координат по направлению движения, радиусу-вектору положения, боковому смещению соответственно.

Максимальные значения этих проекций для принятого в работе примера: $\Delta\ell_{V_{i,j}} = 13,1$ км; $\Delta r_{i,j} = \Delta z_{i,j} = 0,1$ км.

После достижения на некотором k -том витке минимального значения соотношения (14) в пределах $0 \dots 13,1$ км на каждом следующем витке расстояние между спутниками будет увеличиваться примерно на $3T\Delta V_{V_{i,j}}$.

3. Методы оценки вероятности сближения пар спутников группировки на расстояние, меньше заданного

Отсутствие в доступной литературе методологии, методов и каких-либо оценок вероятности сближения спутников одной группировки в длительном полете на малые расстояния обусловлено сложностью проблемы. В данном разделе предложены два метода проведения таких оценок, которые следует рассматривать как предварительные. Первый из них сформирован на основе аналитического представления взаимно относительного движения пар спутников по их сближению на малые расстояния на больших временных интервалах, второй использует численное интегрирование совместного движения двух спутников для

получения данных по вероятности их сближения на расстояния меньше заданных.

Методы базируются на материалах, представленных в докладе [11], работах [5, 10], и на результатах исследований, изложенных ниже.

3.1. Аналитический метод оценки вероятности сближения

Сближение спутников может происходить в достаточно широком диапазоне витков полета в окрестности $N \sim N_{i,j} = 1/3 \cdot V / \Delta V_{V_{i,j}}$. Например, при разбросе скорости отделения $\Delta V_{V_{i,j}}$, равной $\delta(\Delta V_{V_{i,j}}) = \pm 0,1 \Delta V_{V_{i,j}}$, разброс числа витков $N_{i,j}$ вычисляем по формуле

$$\delta N_{i,j} = \frac{1}{3} \frac{V}{\Delta V_{V_{i,j}}^2} \delta(\Delta V_{V_{i,j}}) = \frac{1}{3} \frac{V}{\Delta V_{V_{i,j}}} \frac{\delta(\Delta V_{V_{i,j}})}{\Delta V_{V_{i,j}}},$$

при $\Delta V_{V_{i,j}} = 0,75 \text{ м/с}$ разброс числа витков сближения спутников составляет ± 330 . Дополнительно к этому имеет место разброс числа витков сближения спутников, обусловленный отклонением плотности верхней атмосферы от номинальной. По оценкам, этот разброс также составляет несколько сотен витков, суммарно разброс витков сближения спутников может достигать 500 и более.

Вероятность сближения спутников на расстояние, меньше заданного $\Delta \rho_{дон}$, определяется вероятностями реализации трех независимых событий:

3.1.1. *Событие первое* реализуется в том случае, если число витков полета двух спутников находится в диапазоне $N \sim N_{i,j} \pm \Delta N_{i,j}$, где $\Delta N_{i,j}$ – возможный разброс числа витков полета спутников при их сближении на малые расстояния. При выполнении этого условия вероятность реализации первого события по сближению спутников на малое расстояние $P_1=1$, в противном случае $P_1=0$.

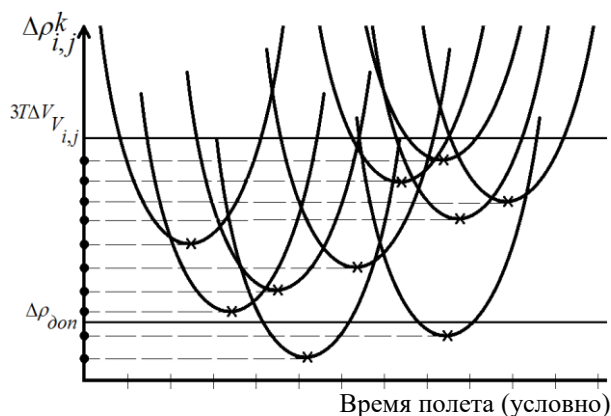


Рис. 8. Графическое представление изменения минимальных расстояний между спутниками при различных сценариях (величинах возмущающих факторов) движения

3.1.2. *Событие второе* состоит в частоте реализации случаев, когда $\Delta \rho_{i,j} \leq \Delta \rho_{дон}$. Вероятность $P_3(\Delta \rho_{i,j} \leq \Delta \rho_{дон})$ сближения пар спутников группировки на расстояние $\Delta \rho_{i,j}$, меньше $\Delta \rho_{дон}$, определяется законом распределения случайной величины $\Delta \rho_{i,j}$ в диапазоне ее изменения $0 \dots 3T\Delta V_{V_{i,j}}$ на этапе сближения спутников на расстояние меньше $\Delta \rho_{дон}$.

Картина изменения расстояний $\Delta \rho_{i,j}^k$ между спутниками на k -том витке их сближения на малые расстояния при различных сценариях движения (в основном определяемых разбросом скоростей отделения и плотностью верхней атмосферы) представлена условно на рис. 8. Каждая из условных кривых на рис. 8 представляет зависимость изменения по времени расстояний между двумя спутниками на стадии их сближения на малые расстояния в пределах витка полета при реализации разных (в данном примере 10) сценариев движения. Проекция минимальных расстояний для каждого сценария движения на ось ординат обозначены точкой; их диапазон изменения составляет $0 \dots 3T\Delta V_{V_{i,j}}$; на оси ординат также обозначено принятое при оценке вероятности сближения спутников допустимое расстояние $\Delta \rho_{дон}$ между ними. В общем случае число кривых на плоскости рис. 8 равно бесконечности, так как при изменении условий отделения и полета они перемещаются влево-вправо, вверх-вниз, но общая картина их положения на плоскости

не изменяется. Не изменяется и картина расположения на оси ординат точек, соответствующих минимальным расстояниям между спутниками на этапе их сближения на траекториях с разными условиями отделения и полета.

Закон распределения минимальных расстояний в $\Delta\rho_{i,j}^k$ в отмеченном выше диапазоне является равномерным. На такую особенность в дискретных задачах изменения функции переменных указывал еще французский математик Анри Пуанкаре при оценке вероятности положения часовой стрелки, с силой раскрученной на горизонтально расположенном циферблате. Он справедливо полагал, что ее положение на циферблате, после того как она совершит несколько оборотов, подчинено равномерному закону распределения. В отличие от задачи со стрелкой в рассматриваемом случае число витков полета спутников от отделения до их сближения на минимальные расстояния составляет несколько тысяч.

Аналогия со стрелкой показывает, что закон распределения расстояний $\Delta\rho_{i,j}^k$ является равномерным.

Исходя из изложенного вероятность реализации второго события определяется как частное от деления числа случаев сближения двух спутников на расстояние $\Delta r_{i,j} \leq \Delta\rho_{don}$ на общее число случаев сближения на расстояние $\Delta r_{i,j} \leq 3T\Delta V_{V_{i,j}}$:

$$P_2(\Delta r_{i,j} \leq \Delta\rho_{don}) = \frac{\Delta\rho_{don}}{3T\Delta V_{V_{i,j}}}$$

Как следует из этого равенства, с уменьшением проекции относительной скорости отделения по направлению полета $\Delta V_{V_{i,j}}$ вероятность реализации третьего события увеличивается, а с увеличением $\Delta V_{V_{i,j}}$ – снижается.

3.1.3. Событие третье характеризует ситуацию сближения спутников в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$, при реализации которой оба спутника располагаются одновременно в некоторой достаточно малой окрестности апогея спутника i (перигея спутника j), определяемой допустимым их угловым смещением $\pm\chi_{i,j}$ отно-

сительно точки a_i или n_j (рис. 6). Вероятность этого события обусловлена влиянием погрешностей отделения спутников $\delta(\Delta V_{V_{i,j}})$, $\delta(\Delta V_{\perp V_{i,j}})$ на частоту их сближения на малые расстояния на больших временных интервалах. В предположении независимости этих погрешностей и при их максимальных значениях на уровне $\pm 10\%$ номинальных скоростей отделения численное значение переменной x в уравнении (12) равно $\pm 0,141$. Соответственно минимальная протяженность участков сближения орбит двух спутников в обе стороны от точки T их пересечений (рис. 6) составляет $\Delta\ell_{V_{i,j}} = \pm(\Delta\rho_{don}/A)(1/x) = \pm 250$ км или

$$\chi_{i,j} = \pm 2^\circ \quad (\text{максимальное значение протяженности этих участков согласно (11)})$$

$$\bar{\chi}_{i,j} = 21,6^\circ$$

Математическое ожидание $M[\Delta\ell_{V_{i,j}}]$ протяженности участков сближения спутников согласно (7) определяется интегралом

$$M[\Delta\ell_{V_{i,j}}] = \int_{(x)} \varphi(x)f(x)dx,$$

где $\varphi(x) = \Delta\ell_{V_{i,j}}(x) = (\Delta\rho_{don}/A)(1/x)$, $x \in -0,141... + 0,141$.

Закон распределения погрешности отделения спутников x вполне обоснованно может быть принят нормальным:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right),$$

где $\sigma_x = 0,141/3 = 0,047$.

После подстановки в $M[\Delta\ell_{V_{i,j}}]$ функций $\varphi(x)$, $f(x)$ численное значение интеграла с учетом особенностей его вычисления в малой окрестности $x=0 \pm \varepsilon$ равно 2086 км, или $M[\chi_{i,j}] = 17,1^\circ$.

Вероятность третьего события P_3 определяется частотой «попадания» одновременно двух спутников в зону их сближения на малые расстояния с размерами $\bar{\chi}_{i,j} = 21,6^\circ$, $M[\chi_{i,j}] = \pm 17,1^\circ$, $\chi_{i,j} = \pm 2^\circ$ и вычисляется как частное от деления размеров этих зон на 2π :

$$P_3[\chi_{i,j} \leq \alpha \bar{\chi}_{i,j}] = \frac{2\alpha \bar{\chi}_{i,j}}{2\pi} = \frac{\alpha}{\pi} \sqrt{\frac{\Delta\rho_{дон}}{r} \frac{V}{\Delta V_{V_{i,j}}}}, \quad (15)$$

где числа $\alpha = 1; 0,141$ характеризуют максимальные и минимальные размеры зон сближения, $\alpha = M[\chi_{i,j}] / \bar{\chi}_{i,j} = 0,79$ – их математическое ожидание. Соответственно размерам зон изменяется и вероятность $P_3[\chi_{i,j} \leq \alpha \bar{\chi}_{i,j}]$.

3.1.4. После подстановки соотношений по вероятностям реализации частных независимых событий P_1, P_2, P_3 в формулу полной вероятности получим

$$P_{\Sigma}(\Delta\rho_{i,j} \leq \Delta\rho_{дон}) = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 = 1 \cdot \frac{\Delta\rho_{дон}}{3T\Delta V_{V_{i,j}}} \cdot \frac{\alpha}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{\Delta\rho_{дон}}{r} \frac{V}{\Delta V_{V_{i,j}}}}. \quad (16)$$

3.2. Метод оценки вероятности сближения спутников на основе интегрирования дифференциальных уравнений движения двух спутников

Предлагаемый метод в своей основе опирается на результаты проведенных ранее аналитических и численных исследований [5, 10, 11] применительно к группировке из 12 спутников (разд. 2).

Метод оценки вероятности сближения пар спутников группировки на малые (заданные) расстояния основывается на следующих положениях:

1. Первые сближения пар спутников i, j группировки на малые расстояния происходят в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{ij} = 1/3 \cdot V_0 / \Delta V_{V_{i,j}}$.

2. В группировке из n спутников образуется $n(n-1)/2$ пар, среди которых имеется хотя бы одна пара спутников с близким к нулю угловым разнесением их плоскостей в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$.

3. Угловое расстояние $\delta\Omega_{i,j} (N \sim N_{i,j})$ между восходящими узлами орбит двух спутников мало ($\Delta\Omega_{i,j} \sim 0$) и определяется условиями выполнения соотношения (7) для системы чисел $u_0, i_0, \Delta V_{V_{i,j}}, \Delta V_{\perp V_{i,j}}$. С точностью до разности наклонений плоскостей орбит, обусловленной процессом их

отделения, угол между плоскостями орбит двух спутников $\gamma_{i,j}$ близок к нулю.

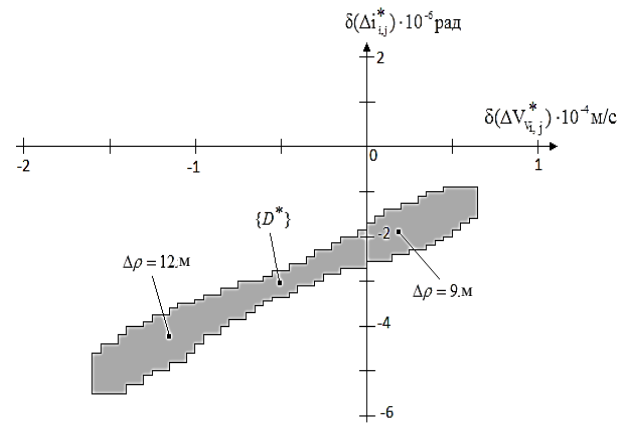


Рис. 9. Область погрешностей параметров отделения $\delta(\Delta V_{V_{i,j}}) = 0,1 \Delta V_{V_{i,j}}^0, \delta(\Delta i_{i,j}) = 0,1 \Delta i_{i,j}$ спутников, которой соответствуют расстояния между спутниками менее 100 м

Угловое разнесение плоскостей орбит двух спутников вычисляется как $\gamma_{i,j} = \Delta\Omega_{i,j} \sin i_0$. Для случая, когда $\gamma_{i,j} \sim 0$ на плоскости параметров $\{\delta(\Delta V_{V_{i,j}}), 0, \delta(\Delta i_{i,j})\}$, по результатам ограниченного числа вариантов интегрирования системы уравнений движения двух спутников может быть выделена область $\{D^*\}$ (рис. 9), которой соответствует расстояние между спутниками $\Delta\rho_{зад} - \Delta\rho_{i,j} \leq \Delta\rho_{зад}$, например $\Delta\rho_{зад} = 100$ м. На этом рисунке начало координат соответствует номинальным условиям отделения двух спутников $\Delta V_{V_{i,j}}^0 = \Delta V_{\perp V_{i,j}}^0 = 0,75$ м/с. При этом, поскольку размеры области $\{D^*\}$ (которой ожидаемо соответствует очень незначительная вероятность сближения спутников на малые расстояния) априори значительно меньше области $\{D\}$, определяемой возможными разбросами скоростей отделения $\delta(\Delta V_{V_{i,j}}), \delta(\Delta V_{\perp V_{i,j}})$ спутников, число расчетов прогнозируемо будет небольшим.

В общем случае положение области $\{D^*\}$ на плоскости параметров $\{\delta(\Delta V_{V_{i,j}}), 0, \delta(\Delta i_{i,j}) = \delta(\Delta V_{\perp V_{i,j}}) / V_0\}$ может быть произвольным. Максимальная вероятность сближения спутников на малые (заданные) расстояния при этом будет иметь место,

если центр области $\{D^*\}$ совпадает с началом координат (точкой O) и площадь этой области будет (в относительных величинах) максимальной по отношению к области, определяемой предельными разбросами скоростей отделения. При известной плотности распределения погрешностей отделения $f[\delta(\Delta V_{V_{i,j}}), \delta i(\Delta i_{i,j})]$ вероятность сближения любых двух спутников на малые расстояния согласно [2] может быть представлена в виде

$$P[\delta(\Delta V_{V_{i,j}}^*), \delta i(\Delta i_{i,j}^*) \subset D^*] = \iint_{D^*} f[\delta(\Delta V_{V_{i,j}}), \delta(\Delta i_{i,j})] d\delta(\Delta V_{V_{i,j}}) d\delta(\Delta i_{i,j}). \quad (17)$$

Погрешности отделения $\delta(\Delta V_{V_{i,j}}^*)$, $\delta(\Delta V_{\perp V_{i,j}}^*)$ с достаточной степенью строгости могут считаться независимыми (так как они определяются в основном независимыми друг от друга погрешностями скорости отделения каждого спутника и направлений их отделения). С учетом данного обстоятельства формула (14) может быть представлена в виде

$$P[\delta(\Delta V_{V_{i,j}}^*), \delta(\Delta i_{i,j}^*) \subset D^*] = \int_{\underline{\alpha}}^{\bar{\alpha}} f(\delta(\Delta V_{V_{i,j}}^*)) d(\delta(\Delta V_{V_{i,j}}^*)) \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} f(\Delta i_{i,j}) d(\Delta i_{i,j}). \quad (18)$$

Здесь $\underline{\alpha}$, $\bar{\alpha}$, $\underline{\beta}$, $\bar{\beta}$ – пределы, определяющие положение области $\{D^*\}$ на плоскостях $\delta(\Delta V_{V_{i,j}})$, $\delta(\Delta i_{i,j})$.

Численное значение вероятности $P[\delta(\Delta V_{V_{i,j}}^*), \delta(\Delta i_{i,j}^*)]$ определяется законами распределения погрешностей отделения $\delta(\Delta V_{V_{i,j}}^*)$, $\delta(\Delta i_{i,j}^*)$. Вполне обоснованно их можно считать подчиненными нормальным законам распределения с соответствующими числовыми характеристиками (математическими ожиданиями $m\Delta V_{V_{i,j}}$, $m\Delta i_{i,j}$ и дисперсиями $D\Delta V_{i,j}$, $D\Delta i_{i,j}$). С учетом изложенного соотношение (18) для вероятности сближения спутников на заданное (малое) расстояние согласно [1] записывается в виде

$$P[\delta(\Delta V_{V_{i,j}}^*), \delta(\Delta i_{i,j}) \subset D^*] = \frac{1}{\sigma_{\Delta V_{V_{i,j}}} \sqrt{2\pi}} \int_{\underline{\alpha}}^{\bar{\alpha}} \exp\left[-\frac{(\Delta V_{V_{i,j}} - m_{\Delta V_{i,j}})^2}{2\sigma_{\Delta V_{i,j}}^2}\right] d(\Delta V_{V_{i,j}}) \times \frac{1}{\sigma_{\Delta i_{i,j}} \sqrt{2\pi}} \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} \exp\left[-\frac{(\Delta i_{i,j} - m_{\Delta i_{i,j}})^2}{2\sigma_{\Delta i_{i,j}}^2}\right] d(\Delta i_{i,j}). \quad (19)$$

Формула (19) при заданных характеристиках положения области $\{D^*\}$ на плоскости параметров $(\delta(\Delta V_{V_{i,j}}), \delta(\Delta i_{i,j}))$ позволяет вычислить вероятность сближения каждой пары группировки на расстояние $\Delta\rho_{i,j}$, меньше заданного $\Delta\rho_{дон}$. Ожидается, что вероятность сближения каждой пары группировки будет незначительной. Учитывая, что в общем случае число m образованных пар в группировке из n спутников может быть значительным ($m = n(n-1)/2$), задача оценки вероятности сближения пар спутников в целом в группировке согласно [2] формулируется следующим образом: требуется определить вероятность $(P^*[\delta(\Delta V_{V_{i,j}}), \delta(\Delta i_{i,j}) \subset D^*])$ того, что в процессе движения m пар спутников хотя бы одна из них сблизится на расстояние $\Delta\rho_{i,j}$, меньше заданного $\Delta\rho_{i,j} \leq \Delta\rho_{зад}$.

Согласно [1] при значительном числе случайных событий сближения (они в данной задаче равны числу пар спутников) для решения задачи целесообразно перейти от прямого $(P_m[\delta(\Delta V_{V_{i,j}}), \delta(\Delta i_{i,j}) \subset D^*])$ для каждой пары спутников к противоположному событию $\overline{P_{i,j}} = 1 - P_{i,j}^*$, при котором отсутствует сближение этой пары спутников на расстояние, меньше заданного $\Delta\rho_{дон}$. Тогда для всех m пар спутников вероятность отсутствия их сближений на расстояние меньше заданного определится выражением

$$\overline{P_m} = \prod_{m=1}^{66} \overline{P_m}. \quad (20)$$

С учетом (20) вероятность сближения хотя бы одной пары спутников из m образованных в группировке на расстояние, меньше

заданного $\Delta\rho_{i,j} \leq \Delta\rho_{дон}$, определится таким образом:

$$P_m = 1 - \overline{P_m}. \quad (21)$$

4. Первые оценки вероятности сближения спутников группировки на малые расстояния на больших временных интервалах

Для частного случая запуска 12 спутников на солнечно-синхронную орбиту ($i_0 \sim 98,1^\circ$, $h_0 \sim 650$ км, отделение спутников на экваторе $u_0 = 0$, скорости отделения приняты в соответствии с [5]) определены согласно (7) две пары спутников $A_1 - C_4$, $A_2 - C_3$, для которых $\Delta V_{V_{i,j}} = \Delta V_{\perp V_{i,j}} = 0,75$ м/с и $\Delta\Omega_{i,j} (N \sim N_{i,j}) \approx 0$ в окрестности $N_{i,j} \approx 330$ витков полета.

С использованием аналитического и численного методов для этой пары спутников ниже определены оценки вероятности их сближения на расстояния, меньше $\delta\rho_{дон} = 100$ м.

4.1. Аналитический метод

Оценка вероятности проведена для трех значений проекций относительной скорости отделения двух спутников на направление полета $\Delta V_{V_{i,j}} = 0,15; 0,75; 1,2$ м/с.

Подстановка в формулу (16) числовых значений исходных данных параметров отделения спутников, характеристик орбиты и максимально допустимого значения расстояния сближения этих спутников дает такой результат:

$$\begin{aligned} \Delta V_{V_{i,j}} = 0,15 \text{ м/с}, & \quad P_{\Sigma} = 0,008; \\ \Delta V_{V_{i,j}} = 0,75 \text{ м/с}, & \quad P_{\Sigma} = 0,0007; \\ \Delta V_{V_{i,j}} = 1,2 \text{ м/с}, & \quad P_{\Sigma} = 0,0003. \end{aligned}$$

Из приведенных данных следует, что с увеличением проекции относительной скорости отделения двух спутников на направление полета $\Delta V_{V_{i,j}}$ вероятность сближения спутников монотонно уменьшается, и для крайних значений $\Delta V_{V_{i,j}}$ рассматриваемого диапазона вероятность отличается в 25 раз.

Такое существенное снижение вероятности сближения спутников на малые расстояния с увеличением относительной скорости

сближения с увеличением относительной скорости $\Delta V_{V_{i,j}}$ в 8 раз (с 0,15 до 1,2 м/с) при необходимости может использоваться при назначении скоростей отделения пар спутников, для которых повышенная вероятность сближения на небольшие расстояния нежелательна.

4.2. Численный метод (на основе интегрирования системы уравнений движения двух спутников)

В работе [5] определены пары спутников $A_4 - C_1$, $A_2 - C_3$, плоскости орбит которых в окрестности чисел $N \sim N_{i,j}$ витков полета совпадают. Для этих пар спутников на основании численных расчетов траекторий их полета на плоскости параметров $\{\Delta V_{V_{i,j}}, 0, \Delta i_{i,j}\}$ была построена область $\{D^*\}$, граница которой соответствует расстоянию между ними, равному 100 м. Вид этих областей заимствован из работ [5] и представлен на рис. 6 исключительно для наглядности решения методом Монте-Карло задачи оценки вероятности сближения указанных выше пар спутников на расстояние меньше 100 м.

Оценка вероятности сближения спутников группировки на заданное минимальное расстояние ($\Delta\rho_{i,j} \leq \Delta\rho_{дон} = 100$ м) дана для пары спутников $A_4 - C_1$ и $A_2 - C_3$, для которых в окрестности чисел $N \sim N_{i,j} = 1/3 \cdot V_0 / \Delta V_{V_{i,j}}$ витков полета выполняется условие $\gamma_{i,j} \sim 0$ (с точностью до разности наклонов орбит этих спутников на уровне $\Delta i_{i,j} = \Delta V_{\perp V_{i,j}} / V_0 = 10^{-4}$ рад = $20''$ после их отделения). Определение вероятности первых сближений каждой пары спутников $A_4 - C_1$ и $A_3 - C_2$ проведено методом статистических испытаний (1 млн опытов, ~ 800 «попаданий» в область $\{D^*\}$), при этом погрешности отделения приняты равными 10 % номинальных параметров отделения.

Установлено, что эта вероятность составляет 0,0008. С учетом (20), (21) вероятность первых сближений хотя бы одной из двух обозначенных пар спутников на расстояние менее 100 м составляет 0,0016.

5. Обсуждение результатов

Значения вероятностей сближения спутников на расстояния, меньше 100 м, по аналитическому методу: для $\Delta V_{V_{i,j}} = 0,15$ м/с составляет 0,008; для $\Delta V_{V_{i,j}} = 0,75$ м/с – 0,0007 (численная оценка – 0,0008); $\Delta V_{V_{i,j}} = 0,75$ м/с – 0,0003. Эти значения являются предварительными и свидетельствуют об уровне оцениваемой вероятности и ее зависимости от относительной скорости отделения $\Delta V_{V_{i,j}}$.

В рассматриваемом примере группировки из 12 спутников образуется 66 пар, из которых для 2 ($A_2 - C_3, A_4 - C_1$) реализуется условие $\gamma_{i,j} \sim 0$. Плоскости орбит для остальных 64 пар в окрестности чисел $N \sim N_{i,j}$ пересекаются под углом 0,12–1,2° (соответствующие данные представлены в табл. 2).

Таблица 2

Количество вариантов $N_{\text{вар}}$ пересечения орбит спутников группировки под углом $\gamma_{i,j}$

$\gamma_{i,j}$	0,12°	0,16°	0,20°	0,33°	0,5°	1,2°
$N_{\text{вар}}$	32	22	2	4	2	2

Суммарная протяженность прилегающих на расстояние менее 100 м участков всех остальных пар орбит спутников в зонах их пересечений составляет по оценке около 35 тыс. км. Принимая во внимание это обстоятельство и тот факт, что сближение спутников может происходить и на этих участках орбит, числовое значение вероятности (21) сближения хотя бы одной из 66 образованных пар спутников повышается до 0,0024. Трехкратное уменьшение этой вероятности может быть достигнуто таким назначением числовых значений проекции относительных скоростей отделения $\Delta V_{V_{i,j}}$, $\Delta V_{\perp V_{i,j}}$ для каждой пары спутников, при котором для всех пар условие (7) не выполняется.

В заключение представляется целесообразным отметить следующее. В приведенном примере из 66 пар спутников плоскости орбит 2 пар спутников (3 % общего числа образованных пар) совпали между собой в окрестности чисел $N \sim N_{i,j}$ витков

полета. Если такая тенденция (в процентном отношении) по сближению пар спутников сохранится и для группировки, состоящей, например, из 100 спутников (всего 5 000 пар), то плоскости орбит совпадут у 3 % от их общего числа пар (т.е. в 150 случаях). В этом случае соотношения (20), (21) дают ориентировочно такую оценку вероятности первых сближений хотя бы одной пары спутников группировки (из 5 000 пар) на расстояние до 100 м:

$$P_{100}[\rho < 100 \text{ м}] = 0,01.$$

Эти данные позволяют предварительно сделать вывод, что для достаточно большой по численности группировки спутников вероятность сближения хотя бы одной пары спутников на расстояние до 100 м все же остается достаточно малой. Однако с уменьшением проекции относительной скорости по направлению полета до $\Delta V_{V_{i,j}} \approx 0,15$ м/с ситуация может заметно измениться.

Заключение

1. Определены условия отделения двух спутников i, j , при реализации которых в некоторой окрестности чисел $N \sim N_{i,j} = 1/3 (V_{V_{i,j}} / \Delta V_{V_{i,j}})$ витков полета они окажутся на малом удалении друг от друга, плоскости орбит этих спутников будут практически совпадать, а угловые скорости сближения-расхождения плоскостей будут минимальными (на уровне единиц угловых секунд за виток). Тем самым создаются условия для сближения с повышенной вероятностью пар спутников на малые расстояния в окрестности чисел $N \sim N_{i,j}$ витков полета.

2. На примере отделения 12 спутников по теме «Глобалстар» определено, что из 66 образующихся в полете пар плоскости орбит 2 пар спутников с точностью до разности наклонов орбит (около 20") совпадают. Для остальных 64 пар спутников на момент их максимального сближения угловые расхождения орбит могут достигать 1, 2°.

3. По результатам аналитического исследования установлены следующие основные

закономерности сближения пар спутников группировки на малые расстояния:

– плоскости орбит любых пар спутников группировки в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$ совпадают при реализации условий отделения $\Delta V_{V_{i,j}}$, $\Delta V_{\perp V_{i,j}}$, определяемых соотношением (7), в частности, при отделении двух спутников на экваторе плоскости орбит двух спутников совпадают при $\Delta V_{V_{i,j}} = \Delta V_{\perp V_{i,j}}$;

– при выполнении условий по разд. 3.1 скорость углового расхождения плоскостей орбит спутников в окрестности чисел витков $N \sim N_{i,j}$ минимальна (десятые доли угловых секунд за виток). В течение десятков (даже сотен) витков полета движение пар спутников проходит по орбитам с малым угловым разнесением, возможность сближения спутников на малые расстояния при этом является максимальной.

4. Оценка вероятности сближения 2 спутников группировки на расстояние менее 0,1 км составляет (для рассматриваемого в статье варианта отделения 12 спутников при $\gamma_{i,j} \approx 0$ и $\Delta V_{V_{i,j}} = 0,75$ м/с) 0,0007 аналитическим методом и 0,0008 численным методом. Эти расхождения оценок вероятности не являются значимыми и свидетельствуют о возможности использования предложенных принципиально разных методов проведения оценивания.

5. Наблюдаемое 25-кратное снижение вероятности сближения спутников группировки на малые расстояния при увеличении проекции относительной скорости $\Delta V_{V_{i,j}}$ с 0,15 до 1,2 м/с свидетельствует о значительном увеличении расхождения двух орбит и соответствующем снижении вероятности сближения спутников.

6. Для снижения вероятности сближения пар спутников i, j группировки на малые расстояния, для которых такое сближение нежелательно, необходимо параметры отделения спутников $\Delta V_{V_{i,j}}$, $\Delta V_{\perp V_{i,j}}$ выбирать из условия максимального углового разнесения орбит $\gamma_{i,j}$ в окрестности чисел витков полета $N \sim N_{i,j}$ и с реализацией максимально возможной относительной скоро-

сти $\Delta V_{V_{i,j}}$. Примером резкого снижения вероятности сближения спутников на малые расстояния на больших временных интервалах служит схема группового отделения спутников на РН «Днепр», реализующая $\Delta V_{V_{i,j}} = 5...6$ м/с и $\Delta V_{\perp V_{i,j}} \sim 0$.

7. Результаты работ по сближению спутников группировки на малые расстояния и оценкам вероятности таких сближений предварительно могут считаться инвариантными к числу спутников в группировке, если относительные скорости отделения спутников $(\Delta V_{V_{i,j}}, \Delta V_{\perp V_{i,j}})$ находятся на уровне данных, используемых в статье при проведении оценок и соответствующих реализованным в проекте «Глобалстар».

8. До проведения более детальных исследований результаты работ могут рассматриваться как теоретическое обоснование возможности сближения спутников группировки на малые расстояния на больших временных интервалах.

Список использованной литературы

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., 1958. 464 с.
2. Герасюта Н. Ф., Лебедев А. А. Баллистика ракет. М., 1970. 244 с.
3. ГОСТ 25645, 115-84. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов ИСЗ. М., 1985.
4. Дегтярев А. В., Шептун А. Д. Проектно-баллистические решения по групповым запускам космических аппаратов в район нескольких базовых орбит. *Космическая техника. Ракетное вооружение*. 2011. Вып. 2. С. 37–51.
5. Дегтярев А. В., Шептун А. Д., Воробьева И. А. Организация равномерного расхождения группировки малых спутников после отделения и их приемлемого разнесения на этапах последующих сближений. *Космічна наука і технологія*. 2016. № 3. С. 25–31.
6. Кугаенко Б. В., Эльясберг П. Е. Эволюция почти круговых орбит ИСЗ под влиянием зональных гармоник. *Космические исследования*. 1968. Вып. 2. С. 186–202.
7. Дегтярев О. В., Денисов В. И., Щеголь В. А., Дегтяренко П. Г., Нестеров О. В.,

Маштак І. В., Шептун А. Д., Авчинніков І. К., Сіренко В. М., Татаревський К. Е. Спосіб підготовки та проведення групового запуску супутників у космосі однією ракетою: пат. України № 87290. Опубл. 10.02.2014.

8. Эльясберг П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М., 1965. 540 с.

9. Эльясберг П. Е. и др. Движение искусственных спутников в гравитационном поле Земли. М., 1967. 299 с.

10. Degtyarev A., Vorobiova I., Sheptun A. Organization uniform dispersal for group of small satellites after their separation and acceptable spread at stages of their further approaches. *Amer. J. Aerospace Eng.* 2015. № 2. P. 36–42.

11. Vorobiova I., Sheptun A. Organization uniform dispersal for group of small satellites after their separation and acceptable spread at stages of their further approaches. IAC-15-B4.5.11. Jerusalem, 2015. P. 4–9.

Статья поступила 10.01.2020