УДК 658.562.4:519.23

А. В. Демченко, канд. техн. наук Л. В. Кривобоков, Ю. М. Ус

АНАЛІЗ ЯКОСТІ ВИРОБІВ МЕТОДАМИ СТАТИСТИЧНОГО КОНТРОЛЮ РЕЗУЛЬТАТІВ РЕМОНТУ

Аналіз якості продукції є важливою складовою керування виробничими процесами та підвищенням надійності виробів. У сучасних умовах зростання складності технологічних процесів і розширення асортименту виробів виникає потреба в ефективних методах контролю якості, які дозволяють мінімізувати витрати часу та ресурсів при оцінюванні продукції. Одним з таких інструментів є статистичний контроль, який дозволяє приймати обґрунтовані рішення стосовно якості партій виробів на основі результатів вибіркових перевірок. Розглянуті два підходи до оцінювання якості виробів після ремонту: метод одноразової вибірки та метод послідовного аналізу. Метод одноразової вибірки дозволяє на основі вибірки визначити, чи відповідає вся партія виробів заданим критеріям якості. Для цього обчислюють оптимальний обсяг вибірки та приймальне число дефектів, ураховуючи допустимі рівні ризику Постачальника та Замовника. Перевагою методу є простота розрахунків і можливість прогнозувати ймовірність приймання або бракування партії. Метод послідовного аналізу, розроблений Вальдом, пропонує більш гнучкий підхід для великих партій продукції. Він дозволяє будувати план контролю у вигляді графіка з трьома зонами: зоною приймання, зоною бракування та проміжною зоною, у якій потрібні додаткові випробування. Цей метод економить ресурси, скорочує кількість необхідних випробувань і забезпечує оцінювання якості із заданими рівнями надійності та ризику. Для точнішої класифікації у проміжній зоні застосовують метод зрізування, що дозволяє визначити остаточне рішення про якість партії на основі додаткових даних. Наведено приклади обчислень за реальними даними ремонту виробів, що демонструють практичну ефективність обох методів. Показано, що застосування статистичного контролю дозволяє підвищити обґрунтованість прийнятих рішень, оптимізувати процес перевірки продукції та забезпечити високий рівень надійності виробів за заданих економічних і технічних умов. Результати дослідження можуть бути корисними для інженерів з контролю якості, фахівців з надійності та менеджерів виробничих підприємств для впровадження систем статистичного контролю у процесі ремонту та модернізації продукції.

Ключові слова: контроль якості, вибірка, послідовний аналіз, Вальд, надійність.

The quality analysis of products is a crucial component of production management and reliability enhancement for manufactured or repaired items. Today, the growing complexity of technological processes and the expanding range of products necessitate effective quality control methods that ensure reliable assessment with minimal time and resource expenditure. One of the most effective tools for achieving this is statistical quality control. It enables informed decisions about product quality based on sample inspection results. This paper examines two approaches for evaluating the quality of repaired products: the single sampling method and the sequential analysis method. The single sampling method helps determine whether the entire batch meets the specified quality criteria using a representative sample. This method involves calculating the optimal sample size and the acceptable number of defective items, taking into account the admissible risk levels for both the supplier and the customer. The principal advantage of this method lies in the simplicity of calculations and the ability to predict the probability of batch acceptance or rejection. The sequential analysis method developed by Wald offers a more flexible approach for large batches of products. It allows devising a control plan in the form of a graph divided into three regions: acceptance, rejection, and an intermediate zone where additional testing is required. This method reduces the number of necessary tests, saves resources, and ensures quality assessment with specified reliability and risk levels. To accurately classify batches in the intermediate region, the truncation method is applied, allowing a final decision on batch quality based on additional data. This paper presents calculation examples based on real repair data, demonstrating the practical effectiveness of both methods. The results show that statistical quality control enhances the reliability of decisions made, optimizes the product inspection process, and ensures a high level of product reliability under given economic and technical conditions. The findings are practical for quality control and reliability assurance engineers, as well as for managers at production facilities, seeking to introduce statistical control into product repair and modernization processes.

Keywords: quality control, sampling, sequential analysis, Wald, reliability.

Вступ

Контроль якості є ключовим елементом у забезпеченні надійності виробів після ремонту. Залежно від обсягів партії та специфіки продукції використовують різні статистичні методи, зокрема метод одноразової вибірки та метод послідовного аналізу. Ці підходи дозволяють скоротити кількість випробувань і водночас підтримувати високий рівень достовірності прийнятих рішень.

Суцільна перевірка такої великої партії може бути або надто трудомісткою, або економічно невиправданою, або пов'язана з втратою виробом працездатності (що недопустимо). У такому випадку рекомендовано користуватися вибіркою виробів (це означає, що з партії відбирають для подальших розрахунків якусь частину виробів, яка і становить вибірку). Така вибірка дає можливість прийняти рішення стосовно якості виробів.

Розглянуто використання деяких поширених методів вибіркового контролю для оцінювання якості ремонту виробів:

– метод одноразової вибірки [1], [2];

– метод послідовного аналізу[3], [4].

Метод, коли за результатами контролю вибірки з партії виробів приймають рішення стосовно якості всієї партії, носить назву методу одноразової вибірки. Метод одноразової вибірки полягає у відбиранні певної кількості одиниць продукції n з партії та перевірці їх на відповідність установленим стандартам. Якщо кількість дефектних одиниць не перевищує допустиме число c, партію приймають; інакше – відбраковують.

Суть розглянутого методу в тому, щоб за наявною часткою дефектних виробів у відремонтованій партії вирахувати обсяг вибірки, який забезпечує прийнятний рівень ризиків, а також достатню надійність проведеного ремонту. Алгоритм вирішення завдання проілюстровано на розрахунках з використанням реальних результатів приймальних випробувань відремонтованих виробів.

Метод послідовного аналізу дозволяє приймати рішення після кожного випробування, що дає змогу зменшити загальну кількість перевірок. Графічно метод зображують у вигляді трьох зон: зони приймання, зони бракування та проміжної зони, де необхідно проводити додаткові спостереження.

В основі методу послідовного аналізу лежить умова щодо встановлення в технічній документації (наприклад, у технічних умовах) прийнятного та неприйнятного рівнів надійності (q_1, q_2), а також рівня ризиків Постачальника та Замовника (α, β).

Далі проводять обчислення за цими вихідними даними у вигляді лінійної залежності обсягу партії від кількості дефектів. Реалізується так званий план статистичного контролю у вигляді графіка. Цей план графічно поділяє вибірку на три зони: зона приймання, зона бракування та зона продовження випробувань. Після випробувань деякої статистично значимої партії (у нашому випадку – вибірка після чергового періоду ремонту) фіксують обсяг партії n_0, а також кількість дефектів у цій партії m_0. Якщо точка (n_0, m_0) перебуває в зоні приймання, то приймають рішення, що партія є якісною з тими рівнями надійності та ризиків, які були задані, якщо перебуває в зоні бракування – партію вважають неякісною та бракують, якщо поза цими зонами – потрібно окреме рішення, яке описано нижче. У такому випадку проводять зрізування методу послідовного аналізу (після деякого практично прийнятного числа випробувань фіксують кількість дефектів і обсяг вибірки), і за цими даними приймають остаточне рішення, до якої категорії зарахувати партію (якісної, неякісної), і випробування закінчуються. Алгоритм методу зрізування, а також результати обчислень за таким алгоритмом з використанням реальних результатів ремонту виробів наведено далі.

Методи вирішення завдання

1. Метод одноразової вибірки

Метод одноразової вибірки ґрунтується на порівнянні кількості дефектних виробів у вибірці з приймальним числом. Для визначення оптимального обсягу вибірки використовують класичний підхід із застосуванням розподілу Пуассона, який залишається актуальним і нині, але в контексті сучасних стандартів він може бути доповнений аналізом ризиків згідно з ISO 3534-1. У технічній документації прийнятні ризики визначають зазвичай як $\alpha = \beta = 0{,}1$, що відповідає рекомендаціям міжнародних

стандартів з керування надійністю IEC 60300.

Поставлення завдання виглядає так. Є деяка кількість виробів, які поставили на контроль (вибірка), позначимо їх n, а за результатами контролю зареєстровано m дефектних (тих, що відмовили) виробів. Тобто дослідну ймовірність визначають як $q_s = m/n$.

У ході приймання та контролю продукції задіяні дві категорії учасників:

• той, хто постачає продукцію згідно з технічними умовами (Постачальник);

• той, хто приймає продукцію для подальшого використання (Замовник).

У ході контролю якості установлюють дві категорії надійності випробуваної продукції:

1) категорія, для якої реалізується співвідношення $q_s \le q_0$;

2) категорія, для якої реалізується співвідношення $q_s > q_m$,

де q_0 – характеристика ймовірності відмови виробів, що визначає рівень роботи Постачальника; q_m – характеристика ймовірності відмови, установлювана Замовником для певної гарантії прийняття якісної продукції.

За такої кваліфікації рекомендують такі рішення:

• якщо $q_s \le q_0$, партію виробів приймають;

• якщо $q_s > q_0$, партію виробів бракують.

У ході випробувань треба прийняти рішення – до якої категорії зарахувати вибірку, зважаючи на результати випробувань. Оскільки число виробів у вибірці є випадковим, то можливі помилки. Наприклад, отримати продукцію першої категорії, коли практично вибірку потрібно забракувати. І навпаки – вибірку бракують, хоча практично вона належить до першої категорії.

Отже, існує ризик помилки: прийняти вибірку, як відповідну для всіх умов, хоча насправді вона є непридатною, або забракувати вибірку, хоча насправді вона є якісною та відповідає всім умовам. Для вирішення з достатньою точністю такого завдання теорія [5] рекомендує встановлювати два поняття ризику – ризик Постачальника та ризик Замовника. Ризик Постачальника α – ймовірність того, що вибірка виробів, у якої $q_s = q_0$, буде випадково забракована, а ризик Замовника β – ймовірність того, що вибірка другої категорії, у якої $q_s = q_m$, буде випадково прийнята. У такому випадку в технічних умовах записують обсяг вибірки n і приймальне число c. За результатами контролю встановлюють кількість дефектних виробів m у цій вибірці. Якщо $m \ge c$, то вибірку бракують, якщо $m < c$ – приймають, при цьому рівняння для обчислення значень α і β мають такий вигляд [2]:

$$\alpha = \text{ім.}(m > c \text{ при } q_s = q_0);$$

$$\beta = \text{ім.}(m \le c \text{ при } q_s = q_m),$$

де ім. – позначення імовірності.

Завдання класичного контролю якості полягає в тому, щоб значення α, β зробити по можливості найменшими, щоб ризики Постачальника та Замовника звести до мінімуму. Таким чином, імовірність отримати m дефектних виробів у вибірці обсягом n математично описують за допомогою біномного розподілу [1], [6]

$$P_{n,m} = C_m^n \cdot P^m \cdot \left(1 - P\right)^{n-m}, \qquad (1)$$

де C_m^n – кількість сполучень з m по n; P – імовірність появи m дефектів у вибірці.

У загальній теорії ймовірностей показано, що границя для біномного розподілу (1) при $P \to 0$ є розподіл Пуассона [1], [6]

$$P\left(q_m\right) = 1/m! \cdot a^m \cdot \exp\left(-a\right), \qquad (2)$$

де a – стала, яка залежить від обсягу вибірки та ймовірності q_m.

У нашому випадку значення q_0, q_m достатньо малі (< 0,1), тому використання розподілу Пуассона (2) для подальших розрахунків виправдано як з точки зору математики, так і з точки зору практичного використання, оскільки спрощуються подальші розрахунки без втрати практичної точності. Останнє пов'язано з тим, що для цього розподілу розроблено таблиці, які спрощують процес подальшого розрахунку.

У нашому випадку поставлення завдання таке: за наявними вихідними даними (обсяг вибірки n і зафіксована кількість відмов у вибірці m) оцінити обсяг вибірки, достатній для реалізації передбачуваних ризиків з достатньою ймовірністю. Таким чином, маємо вихідні дані:

• обсяг вибірки – n;

• кількість дефектних виробів – m;

• ризики Постачальника та Замовника $\alpha = \beta = 0{,}1$;

• імовірність приймання вибірки – q_0.

За вихідними даними обчислюємо ймовірність $q_m = \frac{m}{n}$ і за таблицями [7] знаходимо найближче до q_m ціле значення приймального числа c, а також сталий коефіцієнт a. Тоді обсяг вибірки, який приблизно співвідноситься із заданими даними, дорівнює $N_{опт} = \frac{a}{q_0}$. Порівнюємо його із заданим обсягом n.

Залежно від отриманого значення $N_{опт}$ можуть бути реалізовані такі випадки:

– $N_{опт} < n$, у такому випадку можна зробити висновок, що для наявної статистики (m дефектних виробів у партії з n виробів, ризики Замовника та Постачальника $\alpha = \beta = 0{,}1$) отримане значення $N_{опт}$ дозволяє прогнозувати надійність робіт Постачальника з імовірністю $P = 1 - q_m$. Якщо це значення достатньо велике, наприклад $P \geq 0{,}93$, то надійність проведених робіт достатня;

– $N_{опт} > n$, у такому випадку треба або збільшувати обсяг вибірки, або варіювати значеннями ризиків, щоб досягти потрібного результату.

Приклад використання методики

Автори розглянули результати ремонту близько 30 000 шт. виробів одного виду за період 2024–2025 рр. Як приклад для розрахунків за наведеною методикою були вибрані дані за один з місяців 2024 р.:

- вибірка обсягом $n = 100$ шт.;
- кількість дефектних виробів $m = 7$ шт.;
- $\alpha = \beta = 0{,}1$;
- $q_0 = 0{,}05$.

Потрібно вирахувати обсяг вибірки $N_{опт}$, який (згідно з наведеною вище методикою) співвідноситься із заданим $n = 100$ шт. виробів за кількості дефектів $m = 7$ шт. і ризиків $\alpha = \beta = 0{,}1$.

Обчислюємо значення $q_m = 7/100 = 0{,}07$.

За таблицями [7] для вищенаведених даних знаходимо $a = 4{,}7$, $c = 7$, тоді для розподілу Пуассона

$$N_{опт} = a/q_0 = 4{,}7/0{,}05 = 94 \text{ шт.}$$

Таким чином, обсяг вибірки, який забезпечує запропоновані значення ризиків, дорівнює 94 шт. Отже, для наявної статистики (7 дефектних виробів на контрольовану партію виробів $n = 100$ шт., ризики Постачальника та Замовника $\alpha = \beta = 0{,}1$) отримане значення оптимальної партії (94 шт. < 100 шт.) забезпечує з імовірністю не менше ніж 0,93 надійність проведених заходів щодо ремонту та модернізації виробів.

2. Метод послідовного аналізу

Метод послідовного аналізу [5] рекомендують як альтернативу методу одноразової вибірки у випадку великих партій продукції, яку приймають, наприклад, при контролі якості відремонтованої продукції. Як показує практика, метод послідовного аналізу дає значну економію в кількості та часі випробувань для отримання якісної продукції. В основі методу лежить теорія послідовного аналізу, розроблена Вальдом [3].

Згідно з теорією обсяг вибірки є випадковим, а для встановлення процедури контролю необхідно задати в технічній документації прийнятний і неприйнятний рівні надійності Постачальника та Замовника – q_1, q_2 відповідно, а також рівні ризиків Постачальника α та Замовника β. Маючи значення вищеназваних величин (q_1, q_2, α, β), розраховують імовірність приймання або бракування вибірки з n виробів, у якій зафіксовано m_1 відмов, що в нашому випадку трактується так: якісно чи неякісно проведено ремонт вихідної партії. Якщо прийняти, що кількість відмов дорівнює рівню дефектів, то ймовірність приймання вибірки з n виробів згідно з біномним розподілом має такий вигляд:

$$C_n^{m_1} q_1^{m_1} \left(1 - q_1\right) \leq 1 - \alpha, \qquad (3)$$

де $C_n^{m_1}$ – кількість сполучень m_1 із n; m_1 – кількість дефектів, і тоді m_1 пов'язане з параметрами β і q_2 співвідношенням

$$C_n^{m_1} q_2^{c_1} \left(1 - q_2\right)^{n - m_1} \leq \beta. \qquad (4)$$

Після деяких математичних перетворень (ділення (4) на (3), а також логарифмування результату) маємо такі рівняння для визначення m_1:

$$m_1 = \frac{\ln \frac{\beta}{1-\alpha}}{\ln \frac{q_2(1-q_1)}{q_1(1-q_2)}} + \frac{n \ln \frac{1-q_1}{1-q_2}}{\ln \frac{q_2(1-q_1)}{q_1(1-q_2)}}. \qquad (5)$$

Якщо також прийняти, що кількість відмов дорівнює бракувальному рівню m_2, то розрахунки аналогічно формулам (3), (4) приводять до такого виразу:

$$m_2 = \frac{\ln\frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln\frac{q_2(1-q_1)}{q_1(1-q_2)}} + \frac{n\ln\frac{1-q_1}{1-q_2}}{\ln\frac{q_2(1-q_1)}{q_1(1-q_2)}}. \qquad (6)$$

За допомогою лінійних залежностей (5), (6) будують план контролю при послідовному аналізі в графічному вигляді (рис. 1)

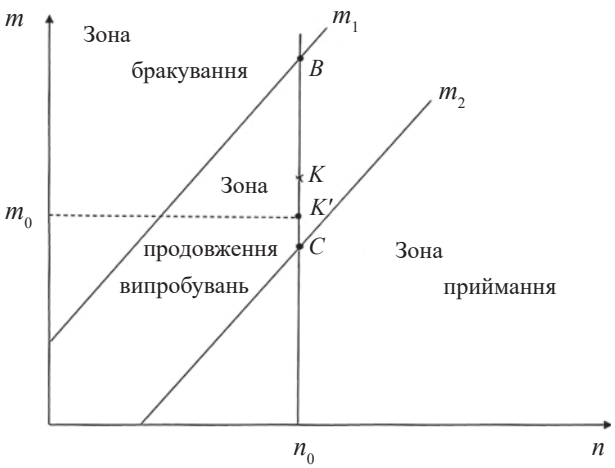

Рис. 1. Приклад побудови плану контролю

Згідно із цим графіком маємо три зони, які дозволяють прийняти рішення стосовно якості конкретної партії з конкретним числом відмов (дефектів):

– зона приймання;

– зона бракування;

– проміжна зона (зона продовження випробувань).

Позначимо n_0 – обсяг контрольної партії; m_0 – кількість відмов (дефектів) у цій партії, тоді якщо контрольна точка з координатами (n_0, m_0) потрапляє в зону приймання, то ремонт вважають якісним, а якщо в зону бракування, то ремонт вважають неякісним. Недоліком методу послідовного аналізу є те, що в разі потрапляння точки (n_0, m_0) у проміжну зону неможливо зробити однозначний висновок про якість ремонту вихідної партії. Для подолання цього недоліку рекомендовано проводити зрізування методу послідовного аналізу шляхом вибору деякої кількості випробувань n_0 і кількості дефектів m_0 у такій вибірці. Після цього через точку з координатами (n_0, m_0) проводимо лінію (*BC* на рис. 1), паралельну осі ординат. Знаходимо координати точки посередині відрізка *BC* (рис. 1) між зонами приймання та бракування (точка *K*). Якщо точка *K'* з координатами (n_0, m_0) лежить нижче точки *K*, то ремонт виробів вважають якісним, якщо вище, то неякісним. Проблема в такому випадку полягає у виборі оптимального значення (n_0, m_0), яке влаштовує і Постачальника, і Замовника з точки зору економічних (обсяг партії, кількість дефектів, кошторис випробувань і т. п.) та інших показників. Вирішення такої проблеми в цій статті не розглянуто.

Приклад використання методики

Вихідні дані для прикладу наведено з використанням реальної статистики:

$$\alpha = \beta = 0{,}1;\ q_1 = 0{,}02;\ q_2 = 0{,}04;$$
$$n_0 = 264;\ m_0 = 7.$$

Вираховуємо значення m_1 і m_2, користуючись формулами (5), (6):

$$m_1 = \frac{\ln\frac{\beta}{1-\alpha}}{\ln\frac{q_2(1-q_1)}{q_1(1-q_2)}} + \frac{n\ln\frac{1-q_1}{1-q_2}}{\ln\frac{q_2(1-q_1)}{q_1(1-q_2)}} =$$

$$= \frac{\ln\frac{0,1}{1-0,1}}{\ln\frac{0,04(1-0,02)}{0,02(1-0,04)}} + \frac{n\ln\frac{1-0,02}{1-0,04}}{\ln\frac{0,04(1-0,02)}{0,02(1-0,04)}} =$$

$$= 0,03n - 3,1;$$

$$m_2 = \frac{\ln\frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln\frac{q_2(1-q_1)}{q_1(1-q_2)}} + \frac{n\ln\frac{1-q_1}{1-q_2}}{\ln\frac{q_2(1-q_1)}{q_1(1-q_2)}} =$$

$$= \frac{\ln\frac{1-0,1}{0,1}}{\ln\frac{0,04(1-0,02)}{0,02(1-0,04)}} + \frac{n\ln\frac{1-0,02}{1-0,04}}{\ln\frac{0,04(1-0,02)}{0,02(1-0,04)}} =$$

$$= 0{,}03n + 3{,}1.$$

Результати розрахунків для побудови плану послідовного аналізу подано в таблиці.

Розрахунки ліній контролю

n	0	100	200	300	400	500
m_1	–3,1	–0,1	2,9	5,9	8,9	11,9
m_2	3,1	6,1	9,1	12,1	15,1	18,1

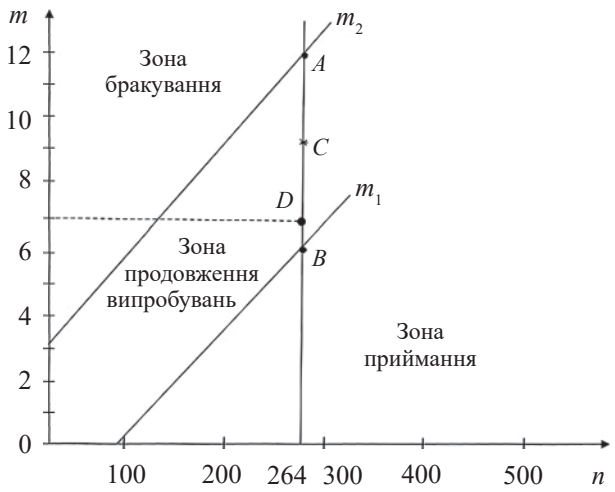

Рис. 2. План контролю для даних таблиці

Аналіз графіка (рис. 2) показує, що контрольна точка D ($m_0 = 7$, $n_0 = 264$) лежить у зоні продовження випробувань, у зв'язку із чим застосовуємо метод зрізування: порівнюємо середню точку C на відрізку AB з точкою D. Точка D лежить значно ближче до зони приймання (відрізок DB значно менший відрізка AD), тому проведений ремонт вважають якісним.

Висновки

1. Запропоновано методи статистичного контролю результатів ремонту виробів на основі:

– методу одноразової вибірки, що дозволяє обчислити обсяг вибірки, який гарантує достатню якість ремонту;

– методу послідовного аналізу, що дозволяє зробити висновок про якість ремонту виробів за достатньої надійності та ризиків Замовника та Постачальника.

2. На основі реальних даних про ремонт виробів проведено розрахунки за запропонованими методиками та показано можливість реалізації наведених у статті алгоритмів.

Список використаної літератури

1. Montgomery D. C. Introduction to Statistical Quality Control. 8th ed. Wiley, 2020. 754 p.

2. Червоний А. А. та ін. Надійність складних систем. Машинобудівництво, 1976.

3. Wald A. Sequential Analysis. Dover Publications, 2004. 212 p. (Reprint of 1947 edition).

4. Wetherill G. B., Brown D. W. Statistical Process Control: Theory and Practice. Chapman and Hall, 2017. 296 p.

5. Stephens K. S. The Handbook of Applied Acceptance Sampling: Plans, Procedures and Principles. ASQ Quality Press, 2021. 388 p.

6. Вентцель О. С. Теорія ймовірностей. Наука, 1964. 572 с.

7. ISO 2859-1:2020. Sampling procedures for inspection by attributes. Part 1: Sampling schemes indexed by acceptance quality limit (AQL) for lotby-lot inspection. Geneva: ISO, 2020.

Стаття надійшла 24.11.2025